تأريخ لنسبة محيط الدائرة إلى قطرها (π)

مصطفى موالدي*

1- المقدمة.

يُعدّ المقدار الأصم (π) – نسبة محيط الدائرة إلى قطرها – عنصراً هاماً في حساب مساحات وحجوم العديد من الأشكال الهندسية: الدائرة والأسطوانة والمخروط والكرة ... التي تنبثق عنها تطبيقات عملية لا تحصى؛ ولذا حرص الرياضيون عبر الحضارات: اليونانية والصينية والهندية والعربية والأوروبية على حسابه بأدق ما يمكن.

يستعرضُ بحثُنا القِيَم التقريبية للمقدار (π) التي تبنّاها بعض رياضيي الحضارات الإنسانية عامة، ورياضيو حضارتنا العربية خاصة، كما يهتم بإلقاء الضوء على الإضافة الجديدة التي حققها الرياضيون العرب في هذا المجال. ويلقي البحث أيضاً الضوء على اهتمام العلماء العرب البالغ للوصول إلى أقرب قيمة ممكنة لـــ (π) اعتماداً على تقديم براهين أصيلة وجديدة.

2- معنى (π).

يُعبّر المقدار (π) رياضيّاً عن النسبة الثابتة لمحيط الدائرة إلى قطرها. ويقال[1]: إنّ هذا الرمز استخدم اعتباراً من عام (1766م)، وهو الحرف اليوناني الصغير والأول من كلمة "محيط" باللغة اليونانية.

وتحت المدخل (Pi) في قاموس فرنسي– فرنسي[2]، يَعدّ المؤلف المقدار (π) اسماً مذكراً من أصل يوناني دخل اللغة الفرنسية في القرن التاسع عشر الميلادي،

---

* معهد التراث العلمي العربي –جامعة حلب– سورية.

(1) BOLL, Marcel, *Histoire des Mathématiques*, que sais- je? Nº (42), 13e édition, Presses Universitaires de France, Paris,1979, p. 43.

(2) أنظر:

ROBERT, Paul, *Le Petit Robert*, Dictionnaire de la Langue Française, Le Robert, Paris, 1984, pp. 1429-1430 (Pi).

وهو الحرف السادس عشر من الأبجدية اليونانية والذي يقابله في الفرنسية الحرف (p)، أمّا من الناحية الهندسية فهو مختصر للكلمة اليونانيةperipheria، وهو رمز للعدد الذي يمثل النسبة الثابتةلمحيط الدائرة إلى قطرها، وهي تساوي 3.1415926، تقريباً.

3- الحسابات التقريبيّة لـــ (π) عبر التاريخ.

أ- الحضارة اليونانية:

يُعدّ أرخميدس (287-212 ق.م.) من العلماء اليونانيين العظماء، فقد قدّم ابتكارات عديدة في مجالي الرياضيات والهندسة، ومن إنجازاته المتميزة: حسابه لنسبة محيط الدائرة إلى قطرها (π)، إذ حصر قيمة (π) ضمن المجال التالي[3]:

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$$

وقدّم أرخميدس برهاناً لعلاقته السابقة في مقالته "تكسير الدائرة "[4] المتضمنة ثلاثة أشكال (قضايا). في "شكله الأول" يبرهن على أنّ: "كل دائرة هي مساوية لمثلث قائم الزاوية يكون أحد ضلعيه المحيطين بالزاوية القائمة مساوياً لنصف قطر تلك الدائرة، والثاني مساوياً لمحيطها، والحاصل أنّها تساوي سطح نصف قطرها في الخط المساوي لنصف محيطها".

وفي "الشكل الثاني" يبرهن العلاقة السابقة فيقول: "محيط الدائرة أطول من ثلاثة أضعاف قطرها بأقل من سبع القطر وأكثر من عشرة أجزاء من أحد وسبعين جزءاً من القطر".

تقوم فكرة برهان أرخميدس على رسم شكل ذي ستة وتسعين ضلعاً متساوياً داخل دائرة، وآخر خارج الدائرة، فيكون محيط المضلع المذكور خارج

---

(3) ARCHIMÈDE, *La Mesure du Cercle*, Texte établi et traduit par Charles MUGLER, Les Belles Lettres, Paris, 1970, tome premier, pp. 135- 143.

(4) أرخميدس، "تكسير الدائرة"، مقالة ملحقة بكتاب "الكرة والأسطوانة" لأرخميدس، تحرير نصير الدين الطوسي، الطبعة الأولى، ضمن مجموعة رسائل للطوسي، دائرة المعارف العثمانية، حيدر آباد الدكن، 1359هـــ. الصفحات (127- 133).

الدائرة أكبر من محيط الدائرة، ومحيط المضلع داخل الدائرة أصغر من محيط الدائرة، ومن ثم يحسب العلاقة الثابتة بين محيطي المضلعين وقطر الدائرة.

ويتضمن "الشكل الثالث" مايلي: "إذا كان محيط الدائرة ثلاثة أمثال القطر وسُبعه، وهي نسبة تقريبية اصطلح عليها المسّاحون كانت نسبة سطح الدائرة إلى مربع قطرها نسبة أحد عشر إلى أربعة عشر".

استوحى أرخميدس [5] برهانه المتعلق بالمقدار (π) من نظرية أقليدس (330–270 ق.م.) الواردة في المقالة الثانية عشرة من كتاب "الأصول" [6]، والتي تعبر عن وجود نسبة ثابتة بين مساحة الدائرة ومساحة المربع الذي يكون ضلعه يساوي نصف قطر الدائرة. ويُعدّ التقريب الأول $\pi \approx 3\frac{1}{7} = \frac{22}{7}$ المقدار البسيط الذي مازال يُستخدم في حل المسائل الهندسية بشكل عملي سهل.

ب- الحضارة الصينية:

لدراسة تاريخ الرياضيات الصينية لا بد من العودة لكتاب "فن الحساب بتسعة فصول"[7] "Jiuzhang suanshu" –لمؤلف مجهول– ومن المحتمل أنّ الكتاب جُمع في القرن الأول الميلادي، واعتمد عليه كمصدر أساسي حتى القرن الثالث عشر الميلادي.

قدّم الكتاب عدة صيغ لحساب مساحة الدائرة، فنجد منها صيغتين خاطئتين:

1) $S_1 = \frac{3}{4}d^2$ (علماً بأنّ الصيغة الصحيحة هي $S_1 = \frac{\pi d^2}{4}$)،

[5] NOËL Émile, Le Matin des Mathématiciens, Entretiens sur l'histoire des mathématiques, Édition Belin – Radio France, 1985, p. 60.

[6] EUCLID, *The Elements*, with Introduction and Commentary by Thomas HEATH, 2e Edition, Dover Publications, New York, 1956, Vol. 3, Book XII, pp. 365 - 437.

[7] موالدي، مصطفى، "حجم الكرة عند الرياضيين في الحضارة العربية"، الأيام البحثية السورية – اللبنانية ، اللقاء السوري – اللبناني حول البحث في التراث العلمي العربي ، بيروت 20 و21 كانون الثاني 2000، الصفحة 55، حيث يُذكر المقال التالي:

Karine CHEMLA, Theoretical aspect of the chineese algorithmic tradition (first to third century), *Historia scientarum*, N° 42, (1991), p. 75.

2) $S_1=\frac{1}{12}p^2$ (علماً بأنّ الصيغة الصحيحة هي $S_1=\frac{p^2}{4\pi}$)،
حيث محيط الدائرة = p، و قطر الدائرة = d ومساحة الدائرة = S_1.

تستخدم العلاقتان السابقتان (π) بقيمة تساوي الثلاثة، مما يؤدي إلى حساب خاطئ لمساحة الدائرة.

في نهاية القرن الخامس الميلادي أعطى[8] (Zu Chongzhi) القيمة التقريبيّة $\frac{355}{113}$ للمقدار (π)، ومن ثم أتى ابنه (Zu Kengzhi) واستعمل القيمة $\frac{22}{7}$ للمقدار (π).

وذكر روزنفيلد ويوشكفيتش[9] في "موسوعة تاريخ العلوم العربية"، أنّ عالم الفلك الصيني تشانغ هنغ (Chang Hêng) (78 – 139م.) اقترح القيمة $\sqrt{10}$ للمقدار (π).

واستمر الرياضيون الصينيون يستخدمون القيمة 3 للمقدار (π) حتى القرن التاسع عشر الميلادي، لسهولة استخدامها في الحسابات العملية.

ج- الحضارة الهندية:

اجتهد الرياضيون الهنود بحساب المقدار (π)، فقد أعطى عالم الفلك الهندي[10] براهما غوبتا (Brahmagupta) -الذي ولد عام 598 م.- القيمة $\sqrt{10}$ للمقدار (π)، وينسب المؤرخون للفلكي الهندي أريابهاتا (ÂRYABHATA) -الذي ولد عام 476م.- عدة قيم للمقدار (π)، منها: النسبة $\frac{62832}{20000}$ [11]، وكذلك القيمة[12] $3\frac{177}{1250}$ أي 3.1416، ولكنه -بحسب قول طوقان- كان يستعمل للقيمة (π): 3 أو $\sqrt{10}$.

---

(8) MARTZLOFF (J.- C.), *Histoire des Mathématiques Chinoises*, Masson, Paris, 1987, pp. 270, 265.

(9) روزنفيلد، بوريس أ، و يوشكفيتش، أدولف ب، الهندسة، "موسوعة تاريخ العلوم العربية"، (الجزء الثاني)، إشراف رشدي راشد، مركز دراسات الوحدة العربية ومؤسسة عبد الحميد شومان، بيروت 1997م، الصفحة 577.

(10) المرجع السابق، ص. 577.

(11) المرجع السابق، ص. 577.

وبعد تسعة قرون، توصل الفلكي والرياضي مادهافا (Mâdhava) [13] –في القرن الخامس عشر الميلادي– إلى حساب محيط الدائرة باستعماله القيمة التقريبية لــ (π) وهي صحيحة حتى أحد عشر رقماً عشرياً $\pi = 3.14159265359$ كما يذكر Guy Mazars، ولكن الرقم الأخير(9) في القسم العشري خطأ، ويجب استبداله بالرقم (8).

وفي القرن السادس عشر استعمل أحد الرياضيين الهنود النسبة $\frac{355}{113}$ كقيمة مختصرة للمقدار(π)، وأعطى القانون التالي لحساب المقدار(π):

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \ldots$$

د– الحضارة العربية:

ساهم العلماء العرب في حساب القيمة التقريبيّة لنسبة محيط الدائرة إلى قطرها، وكانت لمساهماتهم آثار هامة في تاريخ الرياضيات. نشير فيما يلي إلى ما أنجزه بعضهم في هذا المجال.

1– بنو موسى بن شاكر (القرن الثالث الهجري / القرن التاسع الميلادي):

في الشكل السـادس من كتابهم "في معرفة مساحة الأشكال" يثبت بنو موسى "أنّ نسبة محيط الدائرة إلى قطرها أعظم من نسبة ثلاثة وعشرة أجزاء من واحد وسبعين إلى الواحد، وأصغر من نسبة ثلاثة وسبع إلى الواحـــد"[14]، أي: $3\frac{10}{71} < \frac{p}{d} < 3\frac{1}{7}$، حيث p يشير إلى محيط الدائرة و d إلى قطرها. ويذكر بنو موسى أنّ أرخميدس برهن على هذه العلاقة التي تعطي قيمة تقريبيّة لــ π حيث

---

[12] طوقان، قدري حافظ، "تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك"، هدية المقتطف السنوية لسنة 1941، القاهرة، الصفحة 19.

[13] NOËL, *Le Matin des Mathématiciens*, … , *op. cit.*, p.132.

[14] بنو موسى، محمد والحسن وأحمد، "كتاب معرفة مساحة الأشكال البسيطة والكرية"، تحرير نصير الدين الطوسي، الطبعة الأولى، دائرة المعارف العثمانية، حيدر آباد الدكن، 1359هــ، الصفحة 9.

يقولون[15]: "ثم لتبين نسبة القطر إلى المحيط بالوجه الذي عمل به أرخميدس فإنه لم يصل إلينا وجه استخرجه أحد إلى زماننا غير ذلك وهذا الوجه وإن لم يوصل إلى معرفة قدر أحدهما من الآخر حتى ينطبق به على الحقيقة فإنه مُوصل إلى استخراج قدر أحدهما من الآخر إلى أي غاية أراد الطالب من التقريب". إلا أنهم عدّوا طريقة أرخميدس ناقصة ولا تــُوصل إلى الحقيقة[16]، ويؤكد[17] سوتر أنّ طريقتهم مختلفة عن طريقة أرخميدس.

يعدّ سزكين [18] برهان بني موسى لإيجاد حساب لنسبة قطر الدائرة إلى محيطها محاولة هامة وأكثر دقة من محاولات أرخميدس.

ويذكر رشدي راشد [19] أنّ بني موسى قدموا "شرحاً لطريقة أرخميدس في الحساب المقرب لــ (π)، واستخلصوا العمومية في طريقة هذا الحساب".

2- محمد بن موسى الخوارزمي (القرن الثالث الهجري / القرن التاسع الميلادي):

نجد في باب المساحة ضمن كتابه "الجبر والمقابلة" (الذي ألّفه الخوارزمي بين عامي 813 و833 للميلاد) قوانين حساب محيط الدائرة إذ يقول[20]:

---

[15] بنو موسى، "كتاب معرفة مساحة الأشكال البسيطة والكرية"، المرجع السابق، الصفحة 6.

[16] موالدي، مصطفى، "علم الهندسة عند أبناء موسى بن شاكر"، أسبوع العلم السادس والثلاثون، (الاحتفال بالعلماء محمد وأحمد والحسن – أبناء موسى بن شاكر)، جامعة حلب من 2–7 تشرين الثاني 1996م، المجلس الأعلى للعلوم، دمشق – سورية، 1998م، ص. 107.

[17] نصير، عبد المجيد، "الرياضيات في الحضارة الإسلامية"، ندوة التراث العلمي العربي للعلوم الأساسية، الهيئة القومية للبحث العلمي بالتعاون مع كلية العلوم الأساسية بجامعة الفاتح، طرابلس – ليبيا، كانون الأول (ديسمبر)،1990، الصفحة 88.

[18] سزكين، فؤاد، "محاضرات في تاريخ العلوم العربية والإسلامية"، منشورات معهد تاريخ العلوم العربية والإسلامية، فرانكفورت، 1984، الصفحة 71.

[19] راشد، رشدي، "التحديدات اللامتناهية في الصغر، وتربيع الهلاليات ومسائل تساوي المحيطات"، موسوعة تاريخ العلوم العربية، الجزء الثاني، بإشراف رشدي راشد، مركز دراسات الوحدة العربية ومؤسسة عبد الحميد شومان، بيروت، 1997، الصفحة 542.

[20] الخوارزمي، محمد بن موسى، "كتاب الجبر والمقابلة"، تقديم وتعليق: علي مصطفى مشرفة ومحمد موسى أحمد، كلية العلوم بالجامعة المصرية، القاهرة، 1939، الصفحتان 55– 56.

"وكل مدورة فإن ضربك القطر في ثلاثة وسبع هو الدور[21] الذي يحيط بها، وهو اصطلاح بين الناس من غير اضطرار، ولأهل الهندسة فيه قولان آخران: أحدهما أن تضرب القطر في مثله ثم في عشرة ثم تأخذ جذر ما اجتمع فما كان هو الدور. والقول الثاني لأهل النجوم منهم وهو أن تضرب القطر في اثنين وستين ألفاً وثمانمئة واثنين وثلاثين ثم تقسم ذلك على عشرين ألف فما خرج فهو الدور، وكل ذلك قريب بعضه من بعض".

يعطي الخوارزمي ثلاث قيم للمقدار (π) وهي: $\frac{62832}{20000}$ ، $\sqrt{10}$ ، $3\frac{1}{7}$.

ويذكر محققا الكتاب الحاشية الآتية[22]:

"وهو تقريب لا تحقيق ولا يقف أحد على حقيقة ذلك ولا يعلم دورها إلا الله، لأن الخط ليس بمستقيم فيُوقف على حقيقته وإنما قيل ذلك تقريب كما قيل في جذر الأصم إنه تقريب لا تحقيق لأن جذره لا يعلمه إلا الله وأحسن ما في هذه الأقوال أن تضرب القطر في ثلاثة وسبعٍ لأنه أخف وأسرع والله أعلم".

ونجد الخوارزمي[23]عند حسابه لمساحة الدائرة في كتابه يعتمدπ تساوي $\frac{22}{7}$.

3– ويجن بن رستم القوهي[24]، أبو سهل (...– نحو 390 هـ. / ... – نحو 1000م.).

أرسل أبو إسحاق الصابئ [25] رسالة إلى القوهي يستفسر فيها عن موضوعات عدة، وبشكل خاص عن طريقة القوهي في استخراج نسبة القطر إلى المحيط،

---

(21) الدور هو المحيط.

(22) الخوارزمي، "كتاب الجبر والمقابلة"، ...، المصدر السابق، الصفحتان 55– 56.

(23) الخوارزمي، "كتاب الجبر والمقابلة"، ...، المصدر السابق، الصفحة 64.

(24) الــزركلي، خير الدين، " الأعلام"، الطبعة العاشـــرة، دار الــعلم للملايين، بيروت – لبنان، 1992م، المجلد الثامن، الصفحة 127.

(25) "إبراهيم بن هلال بن إبراهيم بن زهرون الحراني، أبو إسحاق الصابئ (313–384هـ / 925– 994 م.) نابغة كتاب جيله". المرجع: الــزركلي، "الأعلام"، ...، المرجع السابق، المجلد الأول ، الصفحة 78. خلطت معظم المصادر والمراجع بينه وبين إبراهيم بن سنان بن ثابت بن قرة الحراني ، أبو إسحاق (296– 335 هـ. / 908– 946 م.)، ويشير ابن الصلاح –في المخطوطة– إلى اسمه بوضوح فيقول: "وهي جواب لأبي إسحق

ويطلب منه موافاته بذلك فيقول [26]: "ورغبت ... في إتحافي بجميع ما استخرجه خاصة أن نسبة القطر إلى المحيط كنسبة عدد إلى عدد فإنه شيء تتطلع نفسي جداً إلى معرفته واستفادته ...".

يجيب القوهي على الأسئلة التي طرحها الصابيء، ثم ينتقل للتحدث عن كتابه حول مراكز الأثقال فيقول[27]: "... أما في الأربع مقالات التي عملتها ههنا طولنا فيه أشياء عجيبة يدل كلها على نظم أفعال الباري، عز وجل، مثل الأشياء التي في الكرة والأسطوانة لأرخميدس، أليس كنا نتعجب من اتفاق وقوع الكرة ثلثي الأسطوانة على ما وصف وبرهن عليه، ومن المجسم المكافئ أنه نصفها كما برهن عليه ثابت بن قرة، ومن المخروط أنه ثلثها كما بينوا القدماء ذلك فقد وجدنا في أمور مراكز الأثقال نظماً أعجب من ذلك ...".

ثم يورد برهانه –المذكور في مخطوطة ابن الصلاح– والمتضمن إثبات أنّ المحيط ثلاثة أمثال القطر وتسع. ويعتمد في إثبات ذلك على المقدمات الثلاث التالية:

– **المقدّمة الأولى:** أنّ مركز ثقل نصف الدائرة يقع على العمود –الذي خرج من مركزها إلى محيطها– من القطر على نسبة الثلاثة إلى السبعة.

– **المقدّمة الثانية:** إذا كانت قطعتان من الدائرتين اللتين مركزهما واحد، ونسبة نصف قطر إحداهما إلى نصف قطر الأخرى تكون نسبة ثلاثة إلى اثنين وهما متشابهتان، فإنّ نسبة مركز ثقل قوس أصغرهما ومركز ثقل أكبرهما يكون واحداً.

– **المقدّمة الثالثة:** إنّ نسبة كل قوس إلى وترها في الدائرة كنسبة نصف قطر تلك الدائرة إلى الخط الذي يكون فيما بين مركز الدائرة ومركز ثقل القوس.

إبراهيم بن هلال الصابئ الكاتب". المصدر: ابن الصلاح، "في تزييف كلام أبي سهل القوهي في نسبة القطر إلى المحيط"، مخطوطة آيا صوفيا4830، صورة بمعهد التراث رقم 8/139، الصفحة 155و.

[26] الصابئ، أبو إسحق، "رسالة أبي إسحق الصابئ إلى أبي سهل القوهي وجوابها"، مخطوطة المكتبة الظاهرية بدمشق، الرقم (5648– عام)، رقم الميكروفيلم في معهد التراث (1698)، الصفحة 196ظ.

[27] الصابئ، "رسالة أبي إسحق ..."، الصفحة 197ظ.

ويختتم القوهي رسالته فيقول [28]: "فلما حصل لنا ذلك نظرنا في رسالة أرخميدس التي يقول فيها: إن محيط الدائرة أقل من ثلاثة أمثال قطرها وعشرة أجزاء من سبعين جزءاً، أعني السبع، وهذا موافق لقولنا غير مناقض له، لأن التسع أقل من السبع لا محال، ولكن قال فيها أيضاً: إنه أعظم من ثلاثة أمثال وعشرة أجزاء من واحد وسبعين جزءاً، وهذا ليس بموافق إلا أن يقول: واحداً وتسعين جزءاً بدلاً من واحد وسبعين حتى يكون موافقاً وليس علينا أكثر من ذلك، ولا ظننا بواحد من القدماء إلا جميلاً حسناً فكيف فأرخميدس وهو الإمام في ذلك ...".

لقد حاول القوهي الاجتهاد في إيجاد قيمة أدق للمقدار (π) ولكنه أخفق ...، والحقيقة العلمية لم تظهر إلا بعد عدة محاولات: أخفق بعضها ونجح بعضها الآخر في دفع ركب الحضارة إلى الأمام.

4- أبو الريحان البيروني (توفي سنة 440 هـ. / 1048م.):

في الباب الخامس [29] (في النسبة التي بين القطر وبين الدور) من المقالة الثالثة من كتاب "القانون المسعودي"، يحسب أبو الريحان البيروني محيط مضلع ذي مائة وثمانين ضلعاً داخل الدائرة، وكذلك محيط مضلع ذي مائة وثمانين ضلعاً يحيط بالدائرة، ويأخذ وسطهما الحسابي. ومن ثم يحسب قيمة المقدار(π) فينتج لديه [30]: $\pi = 3.1417$، وهي قيمة أقل دقة من القيمة $\pi = 3.1416$ التي عرفها الهنود.

5- جمشيد بن مسعود بن محمود الكاشي (توفي سنة 1429م.).

يُعدّ الكاشي من كبار علماء الحضارة العربية الذين قدموا إنجازات علمية أصيلة دفعت بركب الحضارة إلى مزيد من الرقي والتقدم.

---

[28] الصابئ، "رسالة أبي إسحق" ...، الصفحة 199ظ.

[29] البيروني، أبو الريحان، "كتاب القانون المسعودي"، الجزء الأول، دائرة المعارف العثمانية بحيدر آباد الدكن- الهند، 1373هـ / 1954، الصفحتان 303 - 304.

[30] YOUSCHKEVITCH (A), *Les Mathématiques Arabes*, Traduction par M. CAZENAZE et K. JAOUICHE, pp. 150-151, Vrin, Paris 1976.

من أعماله الهامة، "الرسالة المحيطية"، التي تكشف عن حساب دقيق جداً للمقدار(π)، إذ حسب محيط مضلع منتظم محاط بدائرة وآخر محيطاً بدائرة ذات الـــ $3\times 2^{28} = 805306368$ ضلعاً[31]، على حين اقتصرت دراسة أرخميدس وبني موسى –كما رأينا– على المضلع ذي $3\times 2^{5} = 96$ ضلعاً، وقد حدد الكاشي العدد (28)، لأنّ الفارق بين محيطي المضلع المحيط والمضلع المحاط بالدائرة، يعادل قطرها 600000 مرة قطر الأرض، أقل من عرض شعرة*.

وبعد حسابه لمحيطي المضلعين افترض أنّ محيط الدائرة يساوي الوسط الحسابي لمحيطي المضلعين، وحصل على النتيجة التالية (في النظام الستيني):

$$\pi = 3;8,29,44,0,47,25,53,7,25$$

ومن ثم حول هذه القيمة إلى النظام العشري فتوصل إلى القيمة التقريبيّة التالية:

$$\pi = 3.\ 14\ 159\ 265\ 358\ 979\ 325$$

ويذكر روزنفيلد ويوشكفتيش أنّ الرقم الأخير (5) من هذه القيمة وحده خطأ والصحيح هو (38)، ويشير مؤلفا المقالة إلى أنّ في أوروبا بعد مئة وخمسين سنة من حساب الكاشي، توصل العالم الهولندي أ. فان رومن (A.Van Roomen) إلى الحصول على الدقة نفسها في تحديده قيمة (π).

يُبرز الكاشي في كتابه "مفتاح الحساب" اعتماد بعض الرياضيين القيمة $3\frac{1}{7}$ للمقدار (π) بقوله[32]: "اعلم أنّ المحيط ثلاثة أمثال القطر وكسر وهو أقل من سُبع القطر لكن القوم أخذوه سُبعاً لسهولة الحساب".

ويعلم الكاشي أن حساباته أدق من تلك التي قام بها أرخميدس، ويعتمد قيمة مختصرة لـــ (π) فيقول[33]:

---

[31] روزنفيلد، بوريس أ، ويوشكفيتش، أدولف ب، "الهندسة"، موسوعة تاريخ العلوم العربية، الجزء الثاني، ...، المرجع السابق، الصفحات 582– 584.

* أو "شعيرة"، أي حبّة شعير.

[32] الكاشي، جمشيد، "مفتاح الحساب"، تحقيق نادر النابلسي، مطبوعات وزارة التعليم العالي، دمشق، 1977، الصفحة 247.

[33] الكاشي، جمشيد، "مفتاح الحساب"، ...، المرجع السابق، الصفحة 247.

"وقال أرخميدس ذلك الكسر أقل من السبع وأكثر من عشرة أجزاء من سبعين، وعلى ما حصَّـلنا وذكرناه في رسالتنا المسماة بالمحيطية هو: جـ ح كط مد ثالثة [3 8 29 44 ثالثة]، بعد طرح الروابع وما بعدها، إذا كان القطر واحداً. وهذا أدق من حساب أرخميدس بكثير، على ما بيناه في الرسالة المذكورة وأقرب منه إلى الصواب، لكنه لا يعرفه بالحقيقة إلا الله تبارك وتعالى".

يُعدّ حساب الكاشي للمقدار (π) بهذه الدقة المتناهية، والتي قد لا تلزم في عصره، استشرافاً للمستقبل الذي فرض علينا البحث عن أدق النتائج لدفع عجلة التقدم والحضارة.