

HISTOIRE DU RAPPORT DU PÉRIMÈTRE DU CERCLE À SON DIAMÈTRE, π

Moustafa MAWĀLDĪ*

1. Introduction.

L'irrationnel π –rapport du périmètre du cercle à son diamètre– est un facteur important dans le calcul des aires et des volumes de beaucoup de formes géométriques: le cercle, le cylindre, le cône et la sphère ... et dans d'innombrables applications pratiques. Ainsi, les mathématiciens à travers les civilisations: grecque, chinoise, indienne, arabe et européenne, ont tenu à le calculer de la façon la plus précise possible.

Notre recherche rappelle les valeurs approchées de l'irrationnel π adoptées par des mathématiciens appartenant à des civilisations humaines diverses. Elle met l'accent, en particulier, sur les nouveaux apports des mathématiciens arabes dans ce domaine, tant sur le niveau des méthodes que sur celui de la précision des calculs.

2. Signification de π .

L'irrationnel π est le rapport constant du périmètre du cercle à son diamètre. D'après certaines références⁽¹⁾, ce symbole est utilisé à partir de l'année 1766 et, il est l'initiale minuscule du mot «périmètre» en grec. Sous le titre (Pi) dans un dictionnaire français–français⁽²⁾, l'auteur considère π comme un nom masculin d'origine grecque, qui s'est introduit dans la langue française au dix–neuvième siècle et qu'il est la seizième lettre de l'alphabet grec, dont l'équivalente en français est la lettre (p), tandis que du côté géométrique, il est l'abrégié du mot grec *perifereia*, et il symbolise le nombre qui représente le rapport constant du périmètre du cercle à son diamètre; sa valeur est $\pi = 3.1415926...$

3. Calcul approché de π à travers l'histoire.

a) Calcul de π dans la civilisation grecque.

Archimède (287–212 Av. J. C.), l'un des plus grands savants de l'histoire, est un des premiers savants qui ont présenté un calcul approché de π .

* Institut du Patrimoine Scientifique Arabe – Université d'Alep – Syrie.

⁽¹⁾ BOLL, Marcel, *Histoire des Mathématiques*, que sais-je? N° (42), 13^e édition, Presses Universitaires de France, Paris, 1979, p. 43.

⁽²⁾ ROBERT, Paul, *Le petit Robert*, dictionnaire de la langue française, Le Robert, Paris, 1984, pp. 1429 – 1430 (Pi).

Il a encadré la valeur de π en démontrant la relation suivante⁽³⁾:

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7} .$$

La démonstration de la relation précédente est établie dans son traité intitulé "*la mesure du cercle*"⁽⁴⁾ à travers trois propositions:

Dans la première proposition, Archimède démontre que: «*tout cercle est égal à un triangle rectangle dont l'un des deux côtés de l'angle droit est égal au demi-diamètre du cercle et, le deuxième, est égal à son périmètre et, le résultat qu'il (le cercle) est égal au rectangle de son demi-diamètre par son demi-périmètre*».

Dans la deuxième proposition, il démontre la relation précédente, et il dit que: «*le périmètre du cercle est plus long que le triple de son diamètre, de moins du septième du diamètre et, de plus de dix soixante et onzième du diamètre*».

La démonstration d'Archimède repose sur le fait que la longueur du périmètre du cercle est comprise entre celle du polygone régulier inscrit dans le cercle, et celle du polygone régulier circonscrit au cercle. Pour son calcul, il a utilisé des polygones réguliers inscrits et circonscrits ayant chacun quatre-vingt seize côtés.

La troisième proposition contient le résultat suivant: «*si le périmètre du cercle est le triple et le (un) septième de son diamètre –ce qui est un rapport pris comme convention par les topographes– alors le rapport (de la surface) du cercle au carré de son diamètre est celle de onze à quatorze*».

Archimède s'est inspiré⁽⁵⁾, dans sa démonstration concernant π , du théorème d'Euclide (330 – 270 Av. J. C.) qui se trouve dans le douzième livre⁽⁶⁾ des *Éléments*, et qui exprime l'existence d'un rapport constant entre l'aire du cercle et l'aire du carré dont le côté est égal au demi-diamètre du cercle.

⁽³⁾ ARCHIMÈDE, *La Mesure du cercle*, texte établi et traduit par Charles MUGLER, Les Belles Lettres, Paris, 1970, tome premier, pp. 135 – 143.

⁽⁴⁾ Archimède, *La mesure du cercle*, un article annexé au livre *De la sphère et du cylindre d'Archimède*, rédigé par Nasir al-Dīn al-Tūsī, la première édition, dans la collection des traités d'al-Tūsī, Encyclopédie Ottomane, Haydar Ābād al-Dakan, 1359 de l'Hégire, pp. 127 – 133.

⁽⁵⁾ NOËL Émile, *Le Matin des Mathématiciens*, Entretiens sur l'histoire des mathématiques, Édition Belin – Radio France, 1985, p. 60.

⁽⁶⁾ EUCLID, *The Elements*, with Introduction and Commentary by Thomas HEATH, 2^e Edition, Dover Publications, New York, 1956, Vol. 3, Book XII, pp. 365 – 437.

La première approche $\pi \approx 3\frac{1}{7} = \frac{22}{7}$ est considérée comme la simple approche qui est toujours utilisée dans les calculs pratiques.

b) Calcul de π dans la civilisation chinoise.

Pour étudier l'histoire des sciences chinoises, il est indispensable de se référer au livre "*L'art du calcul en neuf chapitres*"⁽⁷⁾ «Jiuzhang suanshu», dont l'auteur est inconnu. Ce livre fut recueilli, probablement, au premier siècle de notre ère, et est resté une référence fondamentale jusqu'au treizième siècle. On y trouve plusieurs formules pour le calcul de l'aire du cercle, parmi lesquelles certaines sont erronées:

$$1) \quad S_1 = \frac{3}{4}d^2, \quad (\text{sachant que la formule correcte est } S_1 = \frac{\pi d^2}{4}),$$

$$2) \quad S_1 = \frac{1}{12}p^2, \quad (\text{sachant que la formule correcte est } S_1 = \frac{p^2}{4\pi}),$$

(où p désigne le périmètre du cercle, d son diamètre et, S_1 son aire). Les deux relations précédentes utilisent 3 comme valeur de π .

À la fin du cinquième siècle de notre ère, Zu Chongzhi⁽⁸⁾ a donné la valeur $\frac{355}{113}$ pour π ; à sa suite, son fils Zu Kengzhi, utilise la valeur $\frac{22}{7}$ pour π .

Dans l'œuvre encyclopédique *Histoire des Sciences Arabes*⁽⁹⁾ Rosenfield et Youschkevitch mentionnent que l'astronome chinois Chang Hêng (78 – 139 Ap. J. C.) a proposé la valeur $\sqrt{10}$ pour π .

Les mathématiciens chinois ont continué à utiliser la valeur (3) pour π jusqu'au dix-neuvième siècle de La Nativité, vu la facilité de son utilisation dans les calculs scientifiques, et non par conviction de sa validité comme on le croit.

c) Calcul de π dans la civilisation indienne.

Les mathématiciens indiens se sont appliqués au calcul de π . L'astronome indien⁽¹⁰⁾ Brahmagupta (né en 598 Ap. J. C.) a donné la

⁽⁷⁾ Karine CHEMLA, Theoretical aspect of the chinese algorithmic tradition (first to third century), *Historia scientiarum*, N° 42, (1991), pp. 75.

⁽⁸⁾ MARTZLOFF (J. C.), *Histoire des Mathématiques Chinoises*, Masson, Paris, 1987, pp. 270, 265.

⁽⁹⁾ Boris A. ROSENFELD et Adolph P. YOUSCHKEVITCH, *La Géométrie*, dans: *Histoire des Sciences Arabes*, vol. 2, sous la supervision de Roshdi Rashed, Seuil, Paris 1997. (Version arabe: *L'encyclopédie de l'histoire des sciences arabes*, Éd. Centre d'Études de l'Unité Arabe, Beyrouth, 1997, p. 577).

⁽¹⁰⁾ Rosenfield et Youschkevitch, *op. cit.*, p. 577.

valeur $\sqrt{10}$ pour π . Les historiens attribuent à l'astronome indien Aryabhata (né en 476 Ap. J. C.) plusieurs valeurs approchées de π , parmi lesquelles: le rapport $\frac{62832}{20000}$, et les nombres⁽¹¹⁾ $3\frac{177}{1250}$ ou 3.1416, mais, d'après Touqān, il utilisait pour π les valeurs 3 ou $\sqrt{10}$.

Après neuf siècles, l'astronome et mathématicien Mādhava⁽¹²⁾ (cinquième siècle de notre ère) est parvenu d'après Guy Mazars à calculer le périmètre du cercle en utilisant la valeur approchée de π , suivante:

$$\pi = 3.14159265359,$$

dont les chiffres décimaux après la virgule sont vrais jusqu'au onzième, 9, qui est à remplacer par le chiffre 8.

Au seizième siècle, un des mathématiciens de l'Inde a utilisé le rapport $\frac{355}{113}$ (utilisé déjà par les chinois) comme valeur approximative de π , et a donné la loi suivante pour le calcul de π :

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots$$

d) Calcul de π dans la civilisation arabe.

Les mathématiciens arabes ont effectué des contributions importantes dans le chapitre concernant le calcul du rapport du périmètre du cercle à son diamètre. Dans la suite de ce paragraphe, nous rappelons quelques unes de ces contributions.

1 – Les trois frères Banū Mūsā Ibn Chākir (3^e s. de l'Hégire / 9^e s.).

Dans la sixième proposition de leur livre sur *La connaissance des aires des figures planes et sphériques*, les frères Banū Mūsā démontrent que «le rapport du périmètre du cercle à son diamètre est plus grand que trois et dix soixante et onzième et plus petit que trois et un septième»⁽¹³⁾, c'est à dire:

$$3\frac{10}{71} < \frac{\text{périmètre du cercle}}{\text{son diamètre}} < 3\frac{1}{7}.$$

⁽¹¹⁾ Qadrī Hafez TOUQĀN, *L'héritage scientifique des arabes en mathématiques et en astronomie*, Présent annuel du Muqtataf pour l'année 1941, Le Caire, p. 19.

⁽¹²⁾ NOËL, *Le Matin des Mathématiciens*, ..., *op. cit.*, p. 132.

⁽¹³⁾ BANŪ MŪSĀ, Mohammad, al-Hassan et Ahmad, *Livre de la connaissance de l'aire des figures planes et sphériques*, rédaction de Nasīr al-Dīn al-Tūsī, première édition, encyclopédie ottomane, Haydar Ābād al-Dakan, 1359 de l'Hégire, p. 9.

Ils rappellent que cette relation a été démontrée par Archimède⁽¹⁴⁾: *«puis pour montrer le rapport du diamètre au périmètre par la méthode d'Archimède, il ne nous est parvenu aucune méthode établie par quiconque jusqu'à nos jours autre que celle-ci. Cette méthode, même si elle ne mène pas à connaître la valeur de l'un par rapport à l'autre pour l'appliquer à la réalité, elle mène à extraire la valeur de l'un par rapport à l'autre jusqu'à n'importe quel niveau d'approximation demandé»*. Suter affirme⁽¹⁵⁾ que leur méthode diffère de celle d'Archimède qu'ils ont considérée incomplète et ne menant pas à la réalité⁽¹⁶⁾. De même, F. Sizgīn⁽¹⁷⁾ considère que la démonstration des Banū Mūsā relative au calcul du rapport du diamètre du cercle à son périmètre comme une tentative importante, plus précise que celle d'Archimède. Enfin, d'après Roshdi Rashed⁽¹⁸⁾ les Banū Mūsā ont présenté *«un commentaire de la méthode d'Archimède de calcul approché de π , et ont déduit la généralité de cette méthode»*.

2 – Mohammad Ibn Mūsā al-Khwārizmī (3^e s. de l'Hégire / 9^e s.).

Dans la rubrique concernant les aires de son fameux livre d'Algèbre (qu'il a écrit entre les années 813 et 833 de notre ère) nous trouvons des lois pour le calcul du périmètre du cercle; on y lit⁽¹⁹⁾: *«et, pour tout cercle, votre multiplication du diamètre par trois et un septième, est son contour⁽²⁰⁾ qui l'entoure; et, c'est une convention entre les gens sans obligation; mais les géomètres y ont deux autres avis: l'un consiste à*

⁽¹⁴⁾ Banū Mūsā, *Livre de la connaissance de l'aire des figures planes et sphériques*, op. cit., p. 6.

⁽¹⁵⁾ Abdel Magīd NUSAIR, *Les mathématiques dans la civilisation islamique*, Colloque sur l'Héritage Scientifique Arabe en Sciences Fondamentales, Le Comité National pour la Recherche Scientifique en collaboration avec la Faculté des Sciences Fondamentales à l'Université Al-Fāteh, Tripoli – Lybie, 1990, p. 88.

⁽¹⁶⁾ Moustafa MAWĀLDĪ, *La géométrie chez Les Banū Mūsā Ibn Chākir*, La trente sixième semaine de la science, (l'hommage rendu aux savants Mouhammad, Ahmad et al-Hassan, Les Fils de Mūsā Ibn Chākir), Université d'Alep de 2 à 7 novembre 1996, Le Conseil Suprême des Sciences, Damas – Syrie, 1998, p. 107.

⁽¹⁷⁾ Fou'ad SIZGĪN, *Conférences sur l'Histoire des Sciences Arabes et Islamiques*, publications de l'Institut de l'Histoire des Sciences Arabes et Islamiques, Frankfort, 1984, p. 71.

⁽¹⁸⁾ Roshdi RASHED, *Les déterminations infinitésimales, la quadrature des lunules et les problèmes d'isopérimétrie*, Encyclopédie de l'Histoire des Sciences Arabes, op. cit., vol. 2, p. 542.

⁽¹⁹⁾ Mouhammad Ibn Mūsā AL-KHWĀRIZMĪ, le livre *d'Algèbre et d'al-moqābala*, présentation et commentaire: 'Ali Mustafa Moushrifa et Mohammad Mūsā Ahmad, Faculté des Sciences à l'Université Égyptienne, Le Caire, 1939, pp. 55 -56.

⁽²⁰⁾ Le contour est le périmètre.

multiplier le diamètre par lui-même puis par dix, puis vous considérez la racine du résultat et c'est le contour; l'autre avis, parmi eux, est celui des astronomes; il consiste à multiplier le diamètre par soixante deux mille huit cent trente deux, puis à diviser par vingt mille, le résultat est le contour; et les deux (valeurs) sont proches l'une de l'autre». Ainsi, al-Khwārizmī donne trois valeurs (approchées) de π qui sont: $\frac{62832}{20000}$, $\sqrt{10}$ et $3\frac{1}{7}$. Notons que lors de son calcul de l'aire du cercle dans son livre⁽²¹⁾, il adopte pour π la valeur $\frac{22}{7}$.

3 – Wayjan Ibn Rustom al-Qūhī⁽²²⁾, Abū Sahl (mort vers 390 de l'Hégire / 1000 Ap. J. C).

Abū Ishāc al-Ṣābi'⁽²³⁾ a envoyé une lettre à al-Qūhī dans laquelle il pose des questions sur de divers sujets, et particulièrement sur la méthode d'al-Qūhī pour trouver le rapport du diamètre au périmètre; Il exprime son désir de connaître cette méthode, en disant⁽²⁴⁾: «j'ai désiré ... avoir la fortune de recevoir tout ce qu'il a tiré comme résultats, surtout que le rapport du diamètre au périmètre, comme rapport d'un nombre à un autre, est une chose que je désire ardemment connaître et en profiter ...».

Al-Qūhī répond à toutes les questions posées par al-Ṣābi', puis il commence à parler de son livre sur les centres de gravité et dit⁽²⁵⁾: «...

⁽²¹⁾ Al-Khwārizmī, le livre *d'Algèbre et d'al-Moqābala*, *op. cit.*, p. 64.

⁽²²⁾ Khayreddīn Al-ZARKALĪ, *Al-a'lām*, la dixième édition, (Dār al-'ilm li al-malayīn), Beyrouth – Liban, 1992, vol. 8, p. 127. Touqān, *Le patrimoine scientifique des arabes ...*, *op. cit.*, pp. 128 - 130.

* Certaines références écrivent son nom «al-Kūhī» comme ce fut le cas chez al-Zarkalī, Touqān et autres; dans le manuscrit son nom fut écrit «al-Qūhī».

⁽²³⁾ «Ibrāhīm Ibn Hilāl Ibn Ibrāhīm Ibn Zahroun al-Harrānī, Abū Ishāc al-Ṣābi' (313 – 384 de l'Hégire / 925 – 994 Ap. J. C.) l'auteur, génie de sa génération»: cf. Al-Zarkalī, *Al -a'lām*, ..., *op. cit.*, vol. 1, p. 78.

La plupart des sources et des références ont fait l'amalgame entre lui et Ibrāhīm Ibn Sinān Ibn Thābit Ibn Qorra al-Harrānī, Abū Ishāc (296 – 335 H. / 908 – 946 Ap. J. C.); Ibn al-Ṣalāh, dans le manuscrit, mentionne clairement son nom, en disant: «et c'est une réponse à Abū Ishāc Ibrāhīm Ibn Hilāl al-Ṣābi' l'auteur.». Cf. Ibn al-Ṣalāh, *Sur la falsification des propos d'Abū Sahl al-Qūhī sur le rapport du diamètre au périmètre*, Manuscrit d'Aya Sophia 4830, copie de l'Institut du Patrimoine, Alep, N° 8/139, f. 155^v.

⁽²⁴⁾ Abū Ishāc AL-ṢABI', *Traité d' Abū Ishāc al-Ṣābi' à Abū Sahl al-Qūhī et sa réplique*, Manuscrit de la Bibliothèque al-Zāhiriya, Damas N° (5648 public), microfilm N° (1698) de l'Institut du Patrimoine, . 196^f.

⁽²⁵⁾ Al-Ṣābi', *Traité d' Abū Ishāc al-Ṣābi' ...*, f. 197^f.

tandis que dans les quatre traités que j'ai composés ici, nous avons développé des choses étonnantes qui montrent l'ordre des actes de Dieu, Soit Loué, comme les choses qui se trouvent dans La sphère et Le Cylindre d'Archimède. Est-ce qu'il ne nous étonnait pas le fait que la sphère soit égale aux deux tiers du cylindre comme il l'a décrit et démontré, que le paraboloïde soit sa moitié comme l'a démontré Thābit Ibn Qorra et que le cône soit son tiers comme l'ont démontré les anciens. Nous avons trouvé en ce qui concerne les centres des poids des ordres plus étonnants que cela ...». Puis, il fournit sa démonstration –citée dans le manuscrit d'Ibn al-Ṣalāh– et qui contient la vérification du fait que le périmètre est égal à trois fois le diamètre et un neuvième. Il s'appuie dans cette démonstration sur les trois lemmes suivants:

- Lemme1: le centre de poids du demi-cercle tombe sur la perpendiculaire, menée de son centre à son périmètre, en un point du diamètre dans le rapport trois septième.
- Lemme2: soient deux portions de deux cercles ayant le même centre. Si le rapport du demi-diamètre de l'un au demi-diamètre de l'autre est comme trois à deux et si elles sont semblables, alors le rapport du centre de poids de l'arc du plus petit et celui du centre de poids du plus grand est l'unité.
- Lemme3: le rapport de chaque arc à sa corde dans le cercle est comme le rapport du demi-diamètre de ce cercle à la ligne qui se situe entre le centre du cercle et le centre du poids de la corde.

Al-Qūhī conclut⁽²⁶⁾: *«quand nous avons obtenu cela, nous avons regardé dans le traité d'Archimède où il dit: le périmètre du cercle est plus petit que trois fois son diamètre et dix soixante dixièmes, je veux dire le septième; ceci est conforme avec notre propos et non contradictoire avec lui car, le neuvième est évidemment plus petit que le septième. Mais, il y dit aussi: il est plus grand que trois fois et dix soixante et onzième, et ceci n'en est pas conforme, à moins qu'il ne dise quatre-vingt et onze parties au lieu de soixante et onze, pour qu'il en soit conforme; et nous n'en devons pas davantage. Et, nous n'avons eu que de bonnes pensées à propos des anciens, et, à plus forte raison, d'Archimède qui est le notoire (l'Imām) en cela ...».*

Al-Qūhī n'a pas réussi à trouver une valeur plus précise de π .

⁽²⁶⁾ Al-Ṣabi', Traité d' Abū Ishāc al-Ṣabi' ..., f. 199^r.

4 – Abū al-Rayhān al-Bīrūnī (mort en 440 H. / 1048).

Dans la cinquième⁽²⁷⁾ rubrique (sur le rapport qui a lieu entre le diamètre et le périmètre) du troisième traité du livre *al-qanūn al-Mass'ūdī*, abū al-Rayhān al-Bīrūnī calcule le périmètre d'un polygone de cent quatre-vingt côtés, inscrit dans le cercle, et d'un polygone circonscrit au cercle, ayant le même nombre de côtés et considère leur moyenne arithmétique. Puis il calcule la valeur de π , qui en résulte⁽²⁸⁾: $\pi = 3.1417$, qui est une valeur moins précise que 3.1416 connue par les indiens.

5 – Jamshīd Ibn Mas'ūd Ibn Mohammad al-Kāshī (mort en 1429 Ap. J. C.).

Al-Kāshī est un des grands savants de la civilisation arabe. Dans un de ses importants ouvrages *Le traité sur le périmètre*⁽²⁹⁾, il effectue un calcul d'une haute précision de π . Il a calculé le périmètre d'un polygone régulier inscrit à un cercle et d'un autre, circonscrit ayant $3 \times 2^{28} = 805306368$ côtés⁽³⁰⁾ chacun. Rappelons que l'étude d'Archimède et des Banū Mūsā s'est limitée, comme nous l'avons vu, aux polygones ayant $3 \times 2^5 = 96$ côtés. Al-Kāshī est arrivé à la puissance 28, dit-on car alors l'erreur sur la longueur de la circonférence d'un cercle dont le diamètre est égal à 600000 fois celui de la terre, ne dépasse pas l'épaisseur d'un cheveu*.

Après avoir calculé le périmètre des deux polygones, il considère le périmètre du cercle comme étant la moyenne proportionnelle de ces deux périmètres, et il obtient le résultat suivant, dans le système sexagésimal:

$$\pi = 3;8,29,44,0,47,25,53,7,25,$$

qu'il convertit en système décimal:

$$\pi = 3.14\ 159\ 265\ 358\ 979\ 325.$$

⁽²⁷⁾ Abū al-Rayhān al-Bīrūnī, *Kitāb al-qanūn al-Mass'ūdī*, vol. 1, encyclopédie ottomane, Haydar Ābād al – Dakan – l'Inde, 1373 H. / 1954, pp. 303, 304.

⁽²⁸⁾ YOUSCHKEVITCH (A). *Les Mathématiques Arabes*, Traduction par M. CAZENAZE et K. JAOUICHE, Vrin, Paris, 1976, pp. 150, 151.

⁽²⁹⁾ *Al-Risala al-muhītiyah*, édité par P. Luckey, *Academic Verlag*, Berlin 1953.

⁽³⁰⁾ Boris A. Rosenfield et Adolph P. Youschkevitch, *La Géométrie, L'encyclopédie de l'histoire des sciences arabes*, vol. 2, *op. cit.*, pp. 582 – 584.

* Ou d'un "grain d'orge"; Voir Youschkevitch, *op. cit.*, p. 152; l'écriture en arabe du mot "cheveu" ressemble à celle de "grain d'orge".

Rosenfield et Youschkevitch⁽³¹⁾ soulignent que, seul le dernier chiffre (5) de cette valeur est erroné et est à remplacer par (38 ...), et les deux auteurs de l'article mentionnent qu'en Europe, cent cinquante ans après le calcul d'al-Kāshī, le savant hollandais A. Van Roomen est parvenu à obtenir la même précision dans sa détermination de la valeur de π .

Dans son livre *La Clef de l'arithmétique*, al-Kāshī rappelle l'adoption par quelques mathématiciens de la valeur $3\frac{1}{7}$ pour π en disant: «Sachez que le périmètre est trois fois le diamètre et une fraction qui est inférieure au septième du diamètre, mais les gens le considèrent comme le septième pour la facilité du calcul»⁽³²⁾. Il remarque que ses calculs sont plus précis que ceux d'Archimède: «Archimède dit que cette fraction est plus petite que le septième et plus grande que dix soixante dixièmes, et ce que nous avons obtenu et cité dans notre traité dit "sur le périmètre" (*al-Muhītiyah*) c'est: [3 8 29 44 troisièmes], sans citer les quatrièmes et ce qui les suivent, si le diamètre était l'unité. Et, ceci est de loin plus précis que le calcul d'Archimède, comme nous l'avons montré dans le traité mentionné et plus proche de la vérité que Dieu (Soit Loué et Vénéré) seul connaît en réalité».

Le calcul de π fait par al-Kāshī avec une grande précision, qui semble non nécessaire en son temps, est un exemple de l'avance de la recherche scientifique libre, indépendamment des considérations de l'utilité pratique.

⁽³¹⁾ Jamshīd al-KĀSHĪ, *La clef de l'arithmétique*, Édition de Nader al-Naboulsi, Éditions du Ministère de l'Enseignement Supérieur, Damas, 1977, p. 247.

⁽³²⁾ Jamshīd al-KĀSHĪ, *La clef de l'arithmétique*, ..., *op. cit.*, p. 247.