مناهج البحث في العلوم الرياضية*

الأستاذ الدكتور مصطفى موالدي
معهد التراث العلمي العربي – جامعة حلب
حلب – سورية

- المقدمة.

- المنهج وتعريفه.

- أنواع المناهج:

1 – المنهج الاستدلالي أو الرياضي.

2 – المنهج التجريبي.

3 – المنهج الاسترادي أو المنهج التاريخي.

4 – المنهج الجدلي.

- المنهج الاستدلالي أو الرياضي:

1ً – مفهوم المنهج الرياضي وعلاقته بالمنهج الاستقرائي.

2ً – طرق البرهان الرياضي:

أ – القواعد المتبعة في تقديم البراهين.

ب– طرق البرهان:

- برهان الخُلْف.

- طريقتا التحليل والتركيب:

1ً – طريقتا التحليل والتركيب في التراث اليوناني.

2ً – طريقتا التحليل والتركيب في التراث العربي والإسلامي.

---

* – محاضرة ألقيت على طلبة الماجستير في جامعة آل البيت بالأردن بتاريخ 1997/12/21م.

3ً – مخطط توضيحي للمنهج المنطقي للطريقتين.

– البرهان بالقياس.

3ً – مناهج البحث في الرياضيات عند العلماء العرب والمسلمين:

1 – الخوارزمي ومنهجه.

2 – ثابت بن قرة ومنهجه.

3 – الخازن ومنهجه.

4 – البوزجاني ومنهجه.

5 – ابن الهيثم ومنهجه.

6 – البيروني ومنهجه.

7 – الخيام ومنهجه.

-الخاتمة.

-المصادر والمراجع.

مناهج البحث في العلوم الرياضية

الأستاذ الدكتور مصطفى موالدي
معهد التراث العلمي العربي
جامعة حلب– سورية

-المقدمة:

تعتبر العلوم الرياضية من العلوم الدقيقة التي تستند – بشكل رئيسي – على علم المنطق وعلى المنهج العلمي المنظم، الذي يرتكز على أسس وضوابط ومحاكمات عقلية صارمة.

درس العرب والمسلمون العلوم الرياضية، وطوروها بدافع البحث عن الحقيقة ومعرفة ماهيتها، وبدافع الاستفادة منها في تنظيم الأمور الاقتصادية والإدارية لدولتهم، ولتسيير أمور حياتهم اليومية.

وهذا الدمج بين حبِّ المعرفة والبحث عن الحقيقة؛ بين استخدام الرياضيات في الحياة الاقتصادية وتوظيفها في حلِّ بعض المسائل الدينية والروحية، أعطى البحث في العلوم الرياضية دفعاً إضافياً لتطويرها، وتعاظمت تطبيقاتها في العلوم الأخرى: كالفلك والمناظر وغيرهما.

لاحظ العرب والمسلمون – منذ البداية – أهمية المنهج العلمي في دراسة العلوم وتطويرها على نحو دفعهم إلى ترجمة ودراسة وتمثل المؤلفات القديمة فراحوا يضعون الخطوط الرئيسة والأساس لمنهجٍ علمي يلتزم الخطوط العريضة للبحث العلمي الدقيق، ويتفق مع العقيدة الإسلامية وتعاليمها في الوقت نفسه.

إذ وضع الرياضيون العرب والمسلمون مؤلفات خاصة – ولأول مرة في تاريخ العلم حسب معرفتنا – تعالج موضوع المنهج العلمي بشكل مفصَّل ودقيق مع تطبيقات توضِّح طرقه.

ومن خلال دراسة مناهج بعض الرياضيين، العرب والمسلمين سنجد تشابهاً كبيراً بين مناهجهم ومناهجنا العلمية الحديثة.

- المنهج وتعريفه:

لقد ارتبط وجود العلم بوجود المنهج، وكلاهما صنوان لا يفترقان، فتقدم العلم نتيجة لتقدم المنهج المتبع وتأخر العلم نتيجة لعقم المنهج المطبَّق.

يعتبر المنهج قسماً من أقسام المنطق الأربعة: التصور والحكم والبرهان والمنهج.

والمنهج[1]: إنه الطريق المؤدي إلى الكشف عن الحقيقة في العلوم، بواسطة طائفة من القواعد العامة التي تهيمن على سير العقل وتحدِّد عملياته حتى يصل إلى نتيجة معلومة.

وضع علماء الحضارة اليونانية منهجاً لعلومهم، وقد عرفت الأمة العربية والإسلامية هذا المنهج منذ فجر حضارتها، ووضع الفلاسفة وعلماء المنطق المسلمون هذا المنهج موضع الدراسة والبحث، وأبانت معظم دراساتهم رفضهم للمنهج اليوناني عامة والمنطق الارسطاليسي خاصة لأسباب عديدة من أهمِّها أنَّ المنهج اليوناني وُضع لأمّة تختلف عن الأمة العربية والإسلامية من نواح عدّيدة[2]

- تختلف خصائص اللغة اليونانية عن خصائص لغتنا العربية.
- تختلف ميتافيزيقا الأرسطاليسية عن إلهيَّات المسلمين.
- أن المنطق الأرسطاليسي يقيد الفطرة الإسلامية بقوانين صناعية متكلفة في الحدِّ والاستدلال.
- يتجـــه الإسلام إلى الوفاء بالحاجة الإنسانية المتغيِّرة بينما يعتبر المنطق

---

(1) - **بدوي**، عبد الرحمن، **مناهج البحث العلمي**، الطبعة الثالثة، وكالة المطبوعات بالكويت، 1977، صفحة 5.

(2) - **النشار**، علي سامي، **مناهج البحث عند مفكري الإسلام**، دار المعارف بمصر، 1965، ص ص 378-380.

الارسطاليسي قوانينه كلية وثابتة.

- عدم اشتغال الصحابة والأئمة بهذا المنطق الأرسطاليسي مع توصُّلهم إلى كلِّ نواحي العلم.
- لم يقبل العلماء منطق أرسطو لأنَّه طريق نظري يختلف تماماً عن روح أبحاثهم التجريبية.

- أنواع المناهج:

يؤكِّد عبد الرحمن بدوي[3] على أنَّ الفصل بين مختلف المناهج بالنسبة إلى أيِّ علم من العلوم يكاد يكون مستحيلا، فالواقع أننا لاستطيع أن نفصل بين المنهج الرياضيِّ والمنهج التجريبيِّ بالنسبة إلى الرياضيات أو إلى العلوم الطبيعية على سبيل المثال – فكلُّ علم من هذه العلوم يلجأ إلى كلا المنهجين، فالهندسة نشأت لدى البابليين تجريبيَّة، إذ لاحظ المساحون أنَّ المثلث الذي تكون نسب أضلاعه3 : 4: 5 هو مثلث قائم الزاوية. فالفصل بين المناهج العلمية غير ممكن في البحث العلمي ولكننا نقوم بهذا التقسيم للمناهج من أجل دراستها فحسب.

قسّمت المناهج إلى أربعة أقسام رئيسة:

1 – المنهج الاستدلالي أو الرياضي:

وهو الذي نسير فيه من مبدأ إلى قضايا تنتج عنه بالضرورة دون التجاءٍ إلى التجربة، وهو منهج العلوم الرياضيَّة خصوصاً.

2 – المنهج التجريبي:

ويشمل الملاحظة والتجربة معاً وهو الذي نبدأ فيه من جزئيات أو مبادئ غير يقينيَّة تماماً ونسير منها معممين حتى نصل إلى قضايا عامة، لاجئين في كلِّ خطوة إلى التجربة كي تضمن لنا صحَّة الاستنتاج: وهو منهج العلوم الطبيعيَّة على وجه التخصيص.

---

(3) – **بدوي، مناهج البحث العلمي**، المرجع السابق، انظر الصفحات: 13، 15، 18–19.

3 – المنهج الاسترداديّ أو المنهج التاريخي:

وهو الذي نقوم فيه باسترداد الماضي تبعاً لما تركه من آثار، أياً كان نوع هذه الآثار، وهو المنهج المستخدم في العلوم التاريخيَّة والأخلاقيَّة.

4 – المنهج الجدليّ:

الذي يحدد منهج التناظر والتحاور في الجماعات العلمية أو في المناقشات العلميَّة على اختلافها.

سنركِّز بحثنا على المنهج الاستدلاليّ أو الرياضي بشكل أساسيٍّ.

– المنهج الاستدلالي أو الرِّياضي:

سندرس المنهج الرياضي الذي اتبَّعه العلماء العرب والمسلمون من خلال استعراض المؤلفات والمخطوطات التي تعالج موضوع المنهج أو من خلال التطبيقات المختلفة، وخاصة في مجال البرهان الرياضي وذلك وفق المخطط التالي:

1ً – مفهوم المنهج الرياضي وعلاقته بالمنهج الاستقرائيّ.

2ً – طرق البرهان الرياضيّ:

ا – القواعد المتبعة في تقديم البراهين.

ب – طرق البرهان.

3ً – مناهج البحث في الرياضيات عند العلماء المسلمين والعرب:

1 – الخوارزمي ومنهجه.

2 – ثابت بن قرة ومنهجه.

3 – الخازن ومنهجه.

4 – البوزجاني ومنهجه.

5 – ابن الهيثم ومنهجه.

6 – البيروني ومنهجه.

7 – الخيّام ومنهجه.

1 ً – مفهوم المنهج الرياضيّ وعلاقته بالمنهج الاستقرائيّ:

– يعرّف عبد الرحمن بدوي[4] المنهج الرياضيّ بأنَّه: "منهج استدلالي ينتقل من مبدأ عقلي إلى قضايا تنتج عنه بالضرورة، دون التجاء إلى التجربة"، ويعتبر محمود قاسم[5] المنهج الرياضيّ في جملته منهجاً استنباطياً "يبدأ بالضرورة من بعض قضايا شديدة العموم نسلِّم بها دون أن نقيم عليها البرهان".

من القضايا العامَّة التي نسلِّم بصدقها ولايمكن البرهنة عليها(2):

– **البديهيات:** وهي قضايا شديدة العمومية، بيِّنة بنفسها وليس من الممكن أن يبرهن عليها. لأنَّ كلَّ نتيجة تستنبط من مقدمات، ولمّا كان من المستحيل الصعود في سلَّم الاستنباط إلى ما لانهاية وجب الوقوف عند بعض القضايا التي لايمكن البرهنة عليها وهي البديهيات.

من أمثلة هذه البديهيات "الكلُّ أكبر من الجزء، والكمَّان المساويان لثالث متساويان".

– **المصادرات أو المسلَّمات:** وهي أحكام صادقة يفرضها العالم الرياضيُّ ويسلِّم بها، وإن لم يقم البرهان عليها، وذلك لحاجته إلى تلك الأحكام، فمثلاً في مجال الهندسة وضع أقليدس في كتابه "الأصول" العديد من المصادرات منها مصادرة التَّوازي وهي:

"إذا قطع خطٌّ مستقيم خطَّين مستقيمين كانت الزاويتان الداخليتان في أحد الجانبين أقلَّ من زاويتين قائمتين، فإنَّ الخطَّين إذا امتدَّا إلى ما لانهاية يتلاقيان في هذا الجانب الذي تكون فيه الزاويتان الداخليتان أقلَّ من قائمتين".

– **التعريفات:** هي قضايا يضعها الرياضيُّ لتحديد مفهوم الألفاظ والمصطلحات الرياضيَّة مثل العدد والتساوي والجمع والطرح والضرب والقسمة والنقطة والمثلث والزاوية .....الخ.

---

(4) – **بدوي**، عبد الرحمن، **مناهج البحث العلمي**، القاهرة، 1963م، ص 81.

(5) – **قاسم**، محمود، **المنطق الحديث ومناهج البحث**، طبع القاهرة، 1966، ص 285.

إنَّ الألفاظ المستخدمة في التعريف الرياضيِّ تكون إمَّا "حدوداً" أو "علاقات"، ففي علم الهندسة مثلاً، يبدأ بتحديد معاني "الحدود الهندسية" كالنقطة والخطِّ والزاوية، ومعاني "العلاقات الهندسية"، مثل التوازي والتقاطع.

وفي علم الحساب يبدأ بتحديد معاني "الحدود الحسابيَّة" كالعدد الصحيح والكسر والجمع والطرح، ومعاني "العلاقات الحسابية" مثل: يساوي، وأكبر من وأصغر من.

تستخدم القضايا السابقة أساساً لبرهان النظريات الرياضية. وإنَّ العملية الاستدلالية في الرياضيات تسمَّى "بالاستنتاج" كما تسمَّى العبارات التي يتوصّل إليها على هذا النَّحو بالعبارات المستنتجة أو المستدلِّ عليها من عبارات غيرها والتي تعتبر نتيجة لها.

وتمثِّل تلك العملية مراحل الاستدلال داخل البناء المنطقيّ للنظريَّة الرياضيَّة، التي يقوم معيار الصِّدق فيها على أساس صدق الفروض الأولى (البديهيات – المصادرات – التعريفات)، وإنَّ هدف الاستدلال الرياضي تكوين نظام من المبادئ والنظريات.

والبرهنة الرياضية هي السبيل إلى إثبات صحَّة ما يتوصَّل إليه من نتائج من خلال نسق المبادئ الصُّوريَّة التي يتضمَّنها المنهج الرياضيُّ.

2 – طرق البرهان الرياضيّ:

أ – القواعد المتبَّعة في تقديم البراهين.

ب – طرق البرهان.

ا – القواعد المتبعة في تقديم البراهين:

سنبيِّن أهمَّ القواعد المتبعة في تقديم البراهين من خلال دراسة بعض المخطوطات الرياضيَّة في الحضارة العربيّة والإسلاميّة:

– الإيجاز بشكل عام:

تجنَّب معظم الرياضيين، العرب منهم والمسلمون التطويل في سرد البراهين.

-سرعة الحساب:

يؤكِّد الرياضيون العرب والمسلمون على أنَّ سرعة الحساب كمال، فلو لم يكن في أصل الحساب شرف لما اعتدَّت السرعة فيه كمالاً ويستشهدون بقوله تعالى:

(وهو أسرع الحاسبين) " نهاية الآية القرآنية رقم 62 من سورة الأنعام".

-عموميَّة القوانين:

– يحاول الرياضيون قدر الإمكان تعميم القوانين وإجمال القواعد.

– اقتصاد الصِّيغ:

يقترح الرياضيون صيغاً أكثر اقتصاداً:

مثال:

$$\frac{33}{60}=\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}\xrightarrow{\text{يقترح}}\frac{33}{60}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.\frac{1}{10}$$

مثال آخر:

$$\frac{38}{60}=\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}\xrightarrow{\text{يقترح}}\frac{38}{60}=\frac{1}{2}+\frac{2}{3}.\frac{1}{5}$$

- **اقتصاد الوقت:**

ألحَّ الرياضيون على موضوع اقتصاد الوقت في براهينهم.

- **اقتصاد الجهد:**

يقول أحد الرياضيين حول هذا الموضوع:

"لتصوُّر الكسور المضافة من الشَّكل الأوَّل نحتاج لكلفتين: كلفة لتصوُّر الجزء الأوَّل وكلفة لتصوُّر الجزء الثاني. أمَّا بالنسبة لتصوُّر الكسور المضافة من الشَّكل الثَّاني فنحتاج لكلفة واحدة لتصوُّر الجزء الثاني:

$$\frac{1}{a}.\frac{1}{b} \quad \text{(الشكل الأول)} \quad = \frac{1}{C}.\frac{1}{d} \quad \text{(الشكل الثاني)}$$

حيث: $d > b$ و $C < a$

المثال الأول:

$$\frac{1}{3}.\frac{1}{4} \quad \text{(الشكل الأول)} \quad = \frac{1}{2}.\frac{1}{6} \quad \text{(الشكل الثاني)}$$

المثال الثاني:

$$\frac{1}{4}.\frac{1}{5} \quad \text{(الشكل الأول)} \quad = \frac{1}{2}.\frac{1}{10} \quad \text{(الشكل الثاني)}$$

ب – طرق البرهان:

سنعالج في هذه الفقرة طرق البرهان التَّالية:

– برهان الخُلف.

– طريقتا التحليل والتركيب.

– البرهان بالقياس.

وفيما يلي الطريقة الأولى:

– برهان الخُلف[6]:

في تلك البراهين هناك فرضيَّتان متناقضتان إذ أنَّ برهان صحَّة إحداهما يؤدي إلى بطلان الأخرى وبالعكس. وبالنتيجة فإنَّها طريقة غير مباشرة لبرهان صحَّة فرضيَّة.

مثال:

إذا كان العدد a أصماً والعدد b مجذوراً، ولدينا:

$$\sqrt{b} = g \qquad \text{و} \qquad a.b=c$$

يجب برهان العلاقة التالية:

$$\sqrt{a} = \frac{\sqrt{a.b}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{c}}{g} \approx e$$

البرهان:

فإذا كانت العلاقة الأخيرة غير صحيحة فسيكون لدينا $\sqrt{a} = e$ وسيؤدي ذلك للقول: إنَّ العدد a مجذور وهذا خُلف لأنَّنا فرضناه عدداً أصماً.

مثال:

$$\sqrt{20} = \frac{\sqrt{20.9}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{180}}{3} \approx \frac{13+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}.\frac{1}{9}}{3} \Rightarrow \sqrt{20} \approx 4+\frac{4}{9}+\frac{2}{9}.\frac{1}{9}$$

---

(6) – **الفارسي** كمال الدين، **أساس القواعد في أصول الفوائد** تحقيق الدكتور مصطفى موالدي، معهد المخطوطات العربية، القاهرة، 1994، الصفحتان 42–43.

– طريقتا التَّحليل والتّركيب:

تعتبر طريقتا التحليل والتركيب طريقتين منطقيتين للاستدلال وهما قديمتان جداً، وتستخدم الطريقتان في البرهنة على صحَّة قضية ما أو فسادها.

يستعمل منهج التحليل والتركيب في البرهنة على قضايا في مختلف العلوم، منها العلوم الرياضية، فالرياضيُّ يطبق طريقتي التحليل والتركيب عفوياً عندما يحلُّ مسألة أو يبرهن على نظرية.

سيشمل بحثنا استعراضاً تاريخياً توثيقياً وتحليلياً لطريقتي التحليل والتركيب في مجال الرياضيات عامة.

سيكون مخطط دراسة الطريقة كما يلي:

1ً – طريقتا التحليل والتركيب في التراث اليوناني:

1 – كتاب الأصول لأقليدس.

2 – كتاب مجموعات رياضية لـــپاپيوس الاسكندراني.

2ً – طريقتا التحليل والتركيب في التراث العربي والإسلامي:

أ – الهندسة:

1 – مقـــالة في طريق التحليل والتركيب وسائر الأعمال في المســـائل الهندسية لإبراهيم بن سنان.

2 – مقالة في التحليل والتركيب لابن الهيثم.

3 – كتاب في تسهيل السُّبل لاستخراج الأشكال الهندسية للسَّجزي.

ب – الجبر:

1 – الباهر في الجبر للسموءل المغربي.

2 – أساس القواعد في أصول الفوائد لكمال الدين الفارسي.

3 – مفتاح الحساب لجمشيد الكاشي.

4 – الأعمال الرياضية لبهاء الدين العاملي.

3ً – مخطط توضيحي للمنهج المنطقي للطريقتين.

1ً – طريقتا التحليل والتركيب في التراث اليوناني:

لم تشر المصادر اليونانية المعروفة لطريقتي التحليل والتركيب – حسب معرفتنا – إلا في مصدرين اثنين:

أولهما: كتاب الأصول لأقليدس:

لقد عرّف أقليدس التحليل والتركيب في المقالة الثالثة عشر من كتابه[7] فقال: "ماهو التحليل وما هو التركيب؟ التحليل هو قبول الشيء المبحوث عنه كشيء معطى لاستنتاج نتائج تقود إلى حقيقة معطاة. وبالعكس فالتركيب يكون بدءاً من الأشياء المعطاة وباستنتاج نتائج تقود إلى معرفة الشيء المبحوث عنه".

إن الأشكال الخمسة الأولى [8] من المقالة الثالثة عشر من كتاب **الأصول** مبرهنة بهذه الطريقة.

ثانيهما: كتاب مجموعات رياضية لـــپاپيوس الاسكندراني (نهاية القرن الثالث الميلادي):

يرجع پاپيوس [7](Pappus) الاسكندراني طريقة التحليل والتركيب إلى أفلاطون، مع أنه لا يذكر أعماله البتَّة. ويشرح پاپيوس الطريقة في بداية الكتاب السابع من مؤلَّفه **مجموعات رياضية** [9].

2ً – طريقتا التحليل والتركيب في التراث العربي والإسلامي:

لم يرو الموروث اليوناني عن طريقة التحليل والتركيب ظمأ العلماء العرب لمعرفة منهج التفكير العلمي الذي يعتبر ركناً أساسياً من أركان البحث

---

[7] - DUHAMEL,J.M.Constant,*Des méthodes dans les sciences de raisonnement*, Première Partie, Troisième édition, Gauthier – Villars, Paris, 1885, PP.62,39.

[8] - EUCLIDE, *Les Oeuvres D'EUCLIDE*, Traduites par F.Peyrard, Librairie Blanchard, Paris, 1966, PP.486-490.

[9] - PAPPUS, *La Collection Mathématique*, Traduction française Paul ver Eecke , 2 Volumes, Paris – Bruxelles, 1933, PP.477-478.

العلمي المنظَّم الواعي المدروس، لذا اهتم العلماء العرب بهذا الموضوع ووضعوا مؤلفات خاصة به تعالج الموضوع نظرياً وتطبيقياً وخاصة في مجال الهندسة، ومن ثمَّ طبَّقوا طريقتي التحليل والتركيب في حلِّ المسائل الجبرية. ولذلك سندرس الطريقتين في علمي الهندسة والجبر.

أ – الهندسة:

وضع إبراهيم بن سنان وابن الهيثم كتابين في التحليل والتركيب، ولما للكتابين من أهمية وأولوية في معالجة الموضوع بشكل شامل وعام، آثرنا تلخيص بعض أفكارهما الأساسية.

1– مقالة في طريق التحليل والتركيب وسائر الأعمال في المسائل الهندسية [10]: لإبراهيم بن سنان بن ثابت بن قرة الحراني (296–335هـ/908–946م):

يبين ابن سنان – في مقالته – منفعة التركيب ثم يتحدث عن العلاقة بين التحليل والتركيب، مميزاً بينهما، ومنبهاً المهندس إلى أهمية استخراج المسائل بالتحليل قائلاً: "فإنَّ الإنسان لو قرأ جميع كتب المهندسين، من غير أن يستخرج المسائل بالتحليل، فهو بمنزلة من لم يعرف من الهندسة شيئاً".

يبدو لنا ان طريقة التحليل والتركيب غير متبلورة تماماً في عصر المؤلف، ومع ذلك يقدم لنا المؤلف عرضاً متكاملاً للطريقتين نظرياً وعملياً.

2 – مقالة في التحليل والتركيب لابن الهيثم (354–432هـ/965–1041م):

سنعرض المقالة خلال دراسة منهج ابن الهيثم.

3 – كتاب في تسهيل السبل لاستخراج الأشكال الهندسية[11] للسجزي:

يشرح السجزي (340–415هـ) استخراج شيء من الأشكال بطريقتي

---

(10) – **ابن سنان**، إبراهيم، **رسائل ابن سنان** مقالة في طريق التحليل والتركيب، تحقيق أحمد سليم سعيدان، المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب، الكويت 1983، ص 27.

(11) – **السجزي**، أحمد بن محمد بن عبد الجليل، "كتاب في تسهيل السبل لاستخراج الأشكال الهندسية، **رسائل ابن سنان**، تحقيق أحمد سليم سعيدان، المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب، الكويت، 1983م، ص 342–343.

التحليل والتركيب ويعرفُهما فيقول: "التركيب عكس التحليل: وذلك أن التركيب هو سلوك الطريق نحو النتيجة، بالمقدمات. والتحليل سلوكه نحو المقدمات التي تنتج المطلوب".

من الملاحظ أن تعريف السجزي للتحليل والتركيب أكثر تبلوراً من سابقيه.

ب – الجبر:

نشأ علم الجبر وتطور في ظل الحضارة العربية إذ ارتأى الجبريون العرب ضرورة تطبيق المناهج العلمية، المنطقية المعروفة، ومنها التحليل والتركيب، في حلِّ المسائل الجبرية.

فقد عمدنا إلى إثبات بعض النصوص النظرية والأمثلة المذكورة في المؤلفات الجبرية المدروسة التي تنتمي إلى فترات تاريخية مختلفة فضلاً عن تنوُّع المناهج والآراء.

1 – الباهر في الجبر[12] للسموءل المغربي (توفي حوالي سنة 570هـ/ 1175م):

لقد اعتبر السموءل صناعة الجبر جزءاً من صناعة التحليل ويؤكد فكرته بسرد أحد الأمثلة الرياضية. وباستعراض تلك الأمثلة الرياضية نستنتج أنَّ طريقة الجبر والمقابلة هي نفسها طريقة التحليل عند السموءل.

2 – أساس القواعد في أصول الفوائد[13] لكمال الدين الفارسي (1267/1266– 1319م):

يؤكد كمال الدين على العلاقة بين الجبر والتركيب، والحساب والتحليل، ونجد بأنَّه يعطي التعاريف التالية:

---

(12) – **السموءل المغربي، الباهر في الجبر**، تحقيق وتحليل: صلاح أحمد ورشدي راشد، وزارة التعليم العالي، دمشق، 1392هـ/ 1972م. ص ص 73–74.

(13) – MAWALDI, Moustafa, *L'Algèbre de Kamāl Al – Dīn Al – Fārisi*, Édition Critique, Analyse mathématique et Étude historique en 3 Tomes, Thèse (Université de la Sorbonne Nouvelle), 1989.

- "فعلم الجبر والمقابلة هو العلم باستخراج المقادير المجهولة من خواصِّ الأعداد المتناسبة المتوالية من الواحد بالتركيب دون التحليل". (صفحة 503).
- "استخراج المسائل بالجبر والمقابلة: استعلام الشيء من طريق التركيب، أي من علَّته". (صفحة 567).
- "فتعريف الجبر والمقابلة: هو أنه كيفية استعلام المجهول من العلم به بكونه جنساً من الأجناس أو أكثر بعينه، وبكونه متَّصفاً بما أعطاه السائل، وسوقه بالتصرفات إلى المعادلة، فأما استعلام الشيء بعكس هذا الترتيب.
- وهو أن يرتقي من المعلول إلى العلة – فهو المسمّى بالتحليل، وسأشير في بعض المسائل الآتية إلى الاستخراج بالتحليل أيضاً، ولا يحتاج فيه إلا إلى أعمال الفن المفتوح من الحساب إلا أنَّ في بعضها صعوبة عظيمة إذا سلك فيها ذلك المسلك". (صفحة 571).

سندرس منهج الفارسي في التركيب والتحليل باستعراض إحدى المسائل الرياضية:

"إن قيل: مال ضعَّفته ثمَّ زدت على المبلغ عشرين درهماً، فكان مائةً".

- **حلُّ المسألة بطريقة التركيب:**
- تفرض المجهول شيئاً = x
- تضعِّف المجهول = $2x$
- تضيف على الناتج عشرين = $2x+20$
- (وهي المسألة الأولى من المفردات $2x=80$) $\rightarrow 2x+20=100$
- إذاً $x=\frac{80}{2}=40$

- **حل المسألة بطريقة التحليل:**
- **العملية الأخيرة:** أضفنا العشرين إذاً يجب طرحها $\Leftarrow$ 100-20=80

– **العمليـــة ما قبل الأخيرة:** ضعَّفنا المجهول إذاً يجب تقسيم المقدار على 2 $\Leftarrow$ 40= 2÷80 إذاً، المال أو المجهول = 40

– من خلال تعاريف كمال الدين الفارسي لطريقة التحليل والتركيب وحلوله للأمثلة العديدة جداً في كتابه، أعتقد بأن طريقة التحليل والتركيب كانت واضحة وناضجة في تفكيره وخاصة في مجال تطبيقها على الجبر.

3 – مفتاح الحساب[14] لجمشيد الكاشي (توفي سنة 1429م)

يشرح الكاشي في بداية الباب الرابع (في الأمثلة) من كتابه طريقة التحليل والتركيب في حلِّ المسائل فيقول:

"أعلم أنَّ في استخراج المجهولات العددية من معلوماتها طرقاً مختلفة وهي إمَّا محتاجة إلى فرض المجهول شيئاً مبهم**كعلم الجبر والمقابلة**وإمَّا غير محتاجة إليه ويسمى**بعلم المفتوحات** وهي كمقدمات الحساب التي سبقت أو كما يحصَّل ببعض من تلك المقدمات واستعانة ببعض القوانين من النسبة وهو شامل لمسألة الخطأين أيضاً أفرزت منه لخصوصيتها، بفرض المجهول عدداً ثم عدداً آخر، وربما كان السؤال مغلقاً من جهة العبارة لانفهم في بدء الحال كيفية المناسبة بين مجهولاته ومعلوماته فنظن أن لا يحطى استخراجه بالمفتوحات أو لايمكن التصرف فيه بالجبر والمقابلة أو لاينتهي بعد التصرف فيه إلى المعادلة أو تكون مستحيلة، فينبغي للمستخرج أن يمعن النظر ويخلص عبارته ويعرف المناسبة بين معلوماته ومجهولاته وخواص بعضها مع بعض ولوازمه حتى يسهل عليه استخراج المجهول منه ويقال لهذا الأمر التحليل والتركيب، وينبغي أن يكون ماهراً مستحضراً لمقدمات الحساب وسائر قوانينه، ويكون صاحب ذهن ذكي وحدس قوي وطبع سليم".

ثم يسرد الكاشي بعض الأمثلة على طريقة التحليل والتركيب. من خلال تعريف الكاشي لطريقة التحليل والتركيب وحلوله للأمثلة التي ذكرها في كتابه

---

(14) – **الكاشي**، جمشيد، **مفتاح الحساب**، تحقيق وتقديم دراساته نادر النابلسي، وزارة التعليم العالي، دمشق، 1977، ص 489.

أعتقد بأن طريقة التحليل والتركيب غير واضحة في ذهنه تماماً، رغم تطبيقه لطريقة التحليل في مثاله الأول.

4 – الأعمال الرياضية[15] لبهاء الدين العاملي (953–1031هـ/ 1547–1622م):

خصَّص العامليُّ الباب الخامس من كتابه لطريقة التحليل وأسماها "العمل بالعكس" وشرحها كما يلي: "وقد يسمَّى بالتّحليل والتّعاكس، وهو العمل بعكس ما أعطاه السَّائل، فإن ضعَّف فنصِّف أو زاد فانقص، أو ضرب فاقسم، أو جذَّر فربِّع، أو عكس فاعكس، مبتدياً من آخر السُّؤال ليخرج الجواب".

يسرد العاملي في كتابه مسائل متفرقة يحلُّها بطرق مختلفة: طريقة الجبر، وطريقة الخطأين وطريقة التحليل.

(15) – **العاملي**، بهاء الدين، **الأعمال الرياضية لبهاء الدين العاملي**، تحقيق وشرح وتحليل جلال شوقي، المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، دار الشروق، 1981، ص 82.

3ً – مخطط توضيحي للمنهج المنطقي للطريقتين:

من خلال دراسة منهجية للطريقتين وتطبيقاتهما في مجال الرياضيات عامةً والجبر خاصة يمكننا تلخيص منهج كلّ طريقة كما يلي:

– طريقة التحليل:

ترتكز طريقة التحليل على مبدأ الارتقاء من الفرضية المطلوب برهانها نحو الفرضيات الأولية أو نحو الخواصِّ التي تعرف بأنها صحيحة، إذاً بوساطة طريقة التحليل نردُّ المسألة المطروحة إلى مسألة ثانية، وهذه إلى مسألة ثالثة وهكذا حتى نصل إلى مسألة نعرف حلَّها، وبالنتيجة يجب علينا تشكيل سلسلة من المسائل بحيث تكون الأولى نتيجة ضرورية للمسألة التي تليها، ومنه نستنتج أنَّ المسألة الأولى هي نتيجة للمسألة الأخيرة، وإذا ما عرفنا حلَّ المسألة رقم /ن/ عرفنا بالضرورة حلَّ المسألة الأولى. وهكذا نحصل على المخطط التالي:

طريقة التحليل

–المسألة الأولى(وهي المسألة التي نرغب في حلها) .... هي نتيجة ضرورية للمسألة الثانية.

–المسألة الثانية ..... هي نتيجة ضرورية للمسألة الثالثة.

–المسألة الثالثة ..... هي نتيجة ضرورية للمسألة الرابعة.

–.....

.....

.....

–المسألة رقم (ن – 1) ..... هي نتيجة ضرورية للمسألة رقم (ن) وهي المسألة التي نعرف حلَّها)

إذاً: المسألة الأولى نتيجة ضرورية للمسألة رقم (ن)، وإذا ما عرفنا حلَّ المسألة رقم (ن) سنعرف حلَّ المسألة الأولى.

* تعتبر متابعة الحلِّ التحليلي سهلةً لأننا نتبين العلاقة القائمة بين الفرضية المطلوب برهانها والفرضيات التي نتوصل إليها بشكل متتابع.

- طريقة التركيب:

طريقة التركيب هي عكس مراحل طريقة التحليل وعن طريقها نستطيع حلَّ المسائل الجبرية.

ترتكز طريقة التركيب على البدء بمعطيات المسألة والانتهاء ببناء الطلب المطلوب برهانه.

إذاً نستنتج من حلِّ المسألة – التي نعرف حلَّها – حلَّ المسألة التي تسبقها، ومن حل المسألة التي تسبقها نستنتج حلَّ المسألة التي قبلها وهكذا حتى نصل إلى المسألة المعطاة ومن ثمَّ نصل إلى حلِّها.

وبذلك نحصل على المخطط التالي:

طريقة التركيب

- نســـتنتج من حلِّ المسألة رقم ن (التي نعرف حلها)....حلَّ المسألة رقم (ن – 1)
- نســـتنتج من حلِّ المسألة رقم (ن – 1) .....حلَّ المسألة رقم (ن – 2)
- .....
.....
.....
- نســـتنتج من حلِّ المسألة رقم3..... حلَّ المسألة رقم(2)
- نســـتنتج من حلِّ المسألة رقم 2 .....حلَّ المسألة رقم (1) (وهي المسألة التي نرغب في برهانها)

إذاً نستنتج من حلِّ المسألة رقم (ن) حلَّ المسألة رقم (1).

إذا كنا نعرف من أية مسألة – معروف حلُّها – توافقنا المباشرة لنستنتج من حلِّها حلول جميع المسائل الوسيطة المتتالية حتى المسألة المطلوب حلُّها، نستطيع إتباع نهج طريقة التركيب.

البرهان بالقياس:

-يكتفي الرياضي أحياناً بالإشارة إلى أنَّ حلَّ مسألة ما مشابه لحلِّ مسألة أخرى، أو لا يعطي كافَّة التفاصيل لبراهينه، ونستطيع أن نستنتج أن الأستاذ يسأل طلابه بشكل غير مباشر بذل حدٍّ أدنى من الجهد. ويعبّر الرياضي عن هذه الطريقة بتعابير مختلفة:

-حلُّ مسألة مشابه لحلِّ مسألة أخرى.

-تمَّم البرهان على قياس برهان مسألة أخرى.

-"وهكذا" أو قس بطريقة مشابهة لمسائل مشابهة.

نستطيع اعتبار هذه الطريقة من البرهان نوعاً من التمارين لتعويد الطلاب على هذا النوع من المسائل.

3 – مناهج البحث في الرياضيات عند العلماء العرب والمسلمين:

1 – الخوارزمي ومنهجه:

هو محمد بن موسى، لا نعلم تاريخ ولادته ولا تاريخ وفاته، ولكننا نستنتج من مقدمة كتاب **الجبر والمقابلة**[16]أنه ألف ذلك الكتاب زمن خلافة المأمون الذي حكم بين عامي 813 –833 الميلاديتين، وكانت وفاته سنة 846 م أو 847 م حسب أبحاث المستشرق نلينو .

برع الخوارزمي في العلوم التالية: الجبر والمقابلة والحساب والفلك والجغرافية والتاريخ.

ففي **علم الحساب** يقول حافظ طوقان ما يلي: "إنَّ من أكبر المآثر بل من أكبر النعم التي جاء بها العرب على العالم نقلهم الحساب الهندي وتهذيبهم الأرقام الهندية المنتشرة بين الناس والمعروفة عند الغربيين بالأرقام العربية لأنَّها وصلت إليهم عن طريق العرب بالأندلس.

ويعود الفضل في تناول الأرقام إلى الخوارزمي عن طريق مؤلفاته وكتبه في الحساب وقد أوضحها وبيَّن فوائدها ومزاياها. ويمتاز الخوارزمي على غيره **أنَّه وضع كتاباً في الحساب كان الأوَّل من نوعه من حيث الترتيب والتبويب والمادة.** فقد نقله ادلارد أف باث Adelard of Bath إلى اللاتينية تحت عنوان الغورتمي" *Algoritmi de Nemero Indorium* وهذا الكتاب – وهو أول كتاب دخل أوربا – وقد بقي زمناً طويلاً مرجع العلماء والتجار والحاسبين والمصدر الذي عليه يعتمدون في بحوثهم الحسابية، وقد يعجب القارئ إذا علم أنَّ الحساب بقي عدَّة قرون معروفاً باسم (الغورتمي) نسبة إلى الخوارزمي"[17].

---

(16) – **الخوارزمي**، محمد بن موسى، **كتاب الجبر والمقابلة**، قام بتقديمه والتعليق عليه: علي مصطفى مشرفة ومحمد مرسي أحمد، كلية العلوم بالجامعة المصرية، القاهرة، 1939، الصفحة 15.

(17) – **طوقان**، حافظ، **تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك** ، هدية المقتطف السنوية لسنة 1941، صفحة 86.

أمَّا في مجال **الفلك والجغرافية** : فـَ "البيروني (983– 1048 ميلادية) يشير إلى أزياج الخوارزمي ومؤلفاته الفلكية. وللبيروني ما لا يقل عن ثلاثة مؤلفات كلُّها شروح لكتب الخوارزمي. وفي رسالة ألَّفها الأستاذ نلينو عن الخوارزمي وتجديده لجغرافية بطليموس أنَّ هذا التجديد لايعتبر مجرد تقليد للآراء الإغريقية بل هو بحث جديد مستقل في علم الجغرافية لا يقل أهمية عن أيِّ بحث كاتب أوروبي من مؤلفي ذلك العصر"[18].

علم الجبر: لقد ارتبط اسم الخوارزمي بعلم الجبر وذلك لتأسيسه ذلك العلم بمفاهيمه الخاصة وقوانينه العامّة وأسسه المنطقية العلمية الدقيقة.

ويمكننا أن نستشفَّ المنهج العلمي للخوارزمي من خلال دراسة كتابه الجبر والمقابلة. ففي **مقدمة كتابه:**

1 – يوضِّح الخوارزمي هدف العلماء من تأليف كتبهم ومؤلفاتهم مشيراً في الوقت نفسه إلى أخلاقهم فيقول مايلي: "..... ولم تزل العلماء في الأزمنة الخالية والأمم الماضية يكتبون الكتب مما يصنفون من صنوف العلم ووجوه الحكمة نظراً لمن بعدهم واحتساباً للأجر بقدر الطاقة ورجاء أن يلحقهم من أجر ذلك وذخره وذكره ويبقى لهم من لسان الصدق ما يصغر في جنبه كثير مما كانوا يتكلفونه من المؤونة ويحملونه على أنفسهم من المشقة في كشف أسرار العلم وغامضه"[18].

2 – ثم يصنف الخوارزمي العلماء ثلاثة أصناف فيقول:

أ – إمَّا رجل سبق إلى ما لم يكن مستخرجاً قبله فورثه من بعده"[18].

ب – وإمَّا رجل شرح مما أبقى الأولون ما كان مستغلقاً فأوضح طريقه وسهَّل ملكه وقرَّب مأخذه"[18].

ج – وإمّا رجل وجد في بعض الكتب خللاً فلمَّ شعثه وأقام أوده وأحســن

---

(18) – **الخوارزمي، كتاب الجبر والمقابلة**....، المرجع السابق، الصفحات 11 – 12، 15.

الظنَّ بصاحبه غير رادّ عليه ولا مفتخر بذلك من فعل نفسه"[18].

3 – يمتدح محمد بن موسى الخليفة المأمون على تشجيعه ومساعدته له وللعلماء الآخرين.

4 – **يبيّن الخوارزمي مجالات تطبيق الجبر في الحياة اليومية** فيقول:

" ألَّفت من حساب الجبر والمقابلة كتاباً مختصـــراً حاصـــراً للطيف الحساب وجليله لما يلزم الناس من الحاجة إليه في مواريثهم ووصاياهم وفي مقاسمتهم وأحكامهم وتجاراتهم، وفي جميع ما يتعاملون به بينهم من مساحة الأرضين وكري الأنهار والهندسة وغير ذلك من وجوهه وفنونه"[19].

وبالتالي نستطيع أن نقول إنَّ **كتاب الجبر والمقابلة** جاء تلبية لحاجات الناس في كافة المجالات، أي أراد الخوارزمي بواسطة الجبر تقديم وسيلة سهلة لحلِّ المسائل التي تتناول الحياة اليومية للعامَّة.

– القسم الخاص بالجبر:

بعد المقدمة يباشر الخوارزمي تقديم علم الجبر كعلم مستقل متكامل فنجده:

1 – يقدم **مصطلحات العلم ويعرِّفها:** جذر (أي : المجهول: س)، والمال (أي: مربع المجهول = $س^2$)، وعدد مفرد (الحدُّ الخالي من المجهول).

2 – يثبت **فكرة المعادلة** مع تقديم العديد من الأمثلة.

3 – يرجع كافَّة المعادلات من الدرجتين الأولى والثانية إلى ستة معادلات قانونية.

4 – يضع **القوانين العامَّة** لحلِّ المعادلات السِّت السابقة.

5 – يقدم العمليات الجبرية – من جمع وطرح وضرب وقسمة – اللازمة في حلِّ المسائل.

---

(19) – **الخوارزمي، كتاب الجبر والمقابلة**، ....، المرجع السابق، صفحة 16.

6 – يشرح آلية الحلِّ بالجبر والمقابلة والردِّ والإكمال.

7 – يقدم أمثلة تطبيقية ويحلُّ بعض معادلات الدرجة الثانية بأساليب هندسية.

أي أنَّ الخوارزمي يضع الأسس اللازمة والضرورية لعلم الجبر بأسلوب منطقي محكم ودقيق.

ثم يتبع ذلك **بباب مقتضب لمسائل المعاملات** من البيع والشراء والإجارات والكيل والوزن؛ وبباب آخر للمساحة يعرِّف فيه الوحدة المساحية ثم يذكر مساحات بعض السطوح مستخدماً – أحياناً – الجبر والمقابلة – أي أنه استعان بالجبر على حلِّ بعض المسائل الهندسية، وبالتالي **عرف عالمنا الجليل الخوارزمي إمكانيات الجبر وتطبيقاته.**

– خصص محمد بن موسى الخوارزمي النصف الثاني من كتابه لموضوع الوصايا، وقد أسماه "كتاب الوصايا" وحلَّ الكثير من مسائله بالجبر والمقابلة، وهنا تظهر بوضوح أهمية علم الجبر في حلِّ مسائل تطبيقية معقدة تمسُّ حياة المسلمين بشكل مباشر.

يعد محمد بن موسى الخوارزمي من العلماء العرب المسلمين الذين ساهموا مساهمة فعالة في تطوير العلوم الرياضية والفلكية، ولاسيَّما في مجالي الحساب والجبر، فيكفيه فخراً أنَّ اسمه يدل على ميكانيكية حلِّ المسائل في معظم لغات العالم، فضلاً عن أنَّ جميع لغات العالم قد اعتمدت كلمة علم الجبر اشتقاقاً من الكلمة العربية التي وضعها الخوارزمي عنواناً لكتابه (الجبر).

أخيراً نستطيع القول: إنَّ علم الجبر – الذي وضعه عالمنا العبقري الخوارزمي – شكَّل قفزة نوعية في علم الرياضيات، وحوَّل الحساب من المرحلة اليدوية إلى المرحلة الآلية، وسرَّع في حلِّ العديد من المسائل في فروع الرياضيات الأخرى والعلوم المتنوعة، على نحو ساعد على تطور العلوم وعلى ازدهار الحضارة الإنسانية ازدهاراً متسارعاً.

2 – ثابت بن قرَّة ومنهجه:

عاش ثابت بن قرة بين عامي (221–288هـ/ 836– 901م)، عمل في الرياضيات والفلك والفلسفة والطب، واشتهر بمعرفته لعدد من اللغات مما أهَّله لترجمة عدد كبير من المؤلفات إلى اللغة العربية، كما أصلح ترجمة العديد من الكتب، وتدل مؤلفاته الرياضية على علوٍّ منـــزلته في الرياضيـــات ولعلَّ أهمَّها رسالته في الأعداد المتحابَّة[20].

وقد تميزت ترجماته بالدقة وذلك لتمكُّنه من اللغات والعلوم التي يترجمها، بالإضافة إلى أمانته العلمية.

اشتهر ثابت بن قرَّة بين علماء عصره بعلم الهندسة، فكانوا يصفونه بسرعة البديهة وبأصالة التفكير"[21].

واتَّصف ثابت بأنَّه يترجم ثم يستوعب ويلخص ويعلِّق **ويمتحن النظريات بتطبيقها** ثم يناقش النتائج التي توصَّل إليها، أي يمكننا القول: **إن ثابتاً يتقن المراحل الأساسية العلمية للترجمة والإبداع.**

وكان ابن قرّة من العلماء الذين درسوا العلم للعلم،عرفوا حقيقة اللذة العقلية فراحوا يطلبونها عن طريق الاستقصاء والبحث والإخلاص للحقِّ والحقيقة والكشف عن القوانين التي تسود الكون والأنظمة التي يسير العالم بموجبها[22]

---

(20) – **ابن قرة**، ثابت، **كتاب الأعداد المتحابة**، تحقيق الدكتور أحمد سعيدان، نشر بدعم من الجامعة الأردنية، 1977، الصفحة 27.

(21) – **الدفاع**، علي عبد الله، **نوابغ علماء العرب والمسلمين في الرياضيات** ، دار جون وايلي وأبناؤه، 1978، صفحة 96.

(22) – **طوقان**، حافظ، **تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك**، ....، المرجع السابق، صفحة 102.

ساهمت ترجمات ثابت بن قرَّة في نشر العلوم في ديار الحضارة الإسلامية وأغنت اللغة العربية بمصطلحات علمية جديدة[23]، ومازالت ترجماته مصدراً رئيسياً في المكتبات العالمية.

3 – الخازن ومنهجه:

أزهر أبو جعفر محمد بن الحسين الخراساني، الصاغاني، الخازن، في النصف الأول من القرن الرابع الهجري في مجالي الرياضيات والفلك بشكل أساسي، وتوفي بعيد 350 للهجرة[24].

يسمِّي الخازن علم الجبر بصناعة الجبر(24) والحلِّ الجبري بالطريق الصناعي(24)، وقد استخدم الاستقراء في مقالته: "رسالة أبي جعفر [الخازن] في المثلثات القائمة الزوايا المنطّقة الأضلاع".

اتَّصف منهجه بشكل عام **بالدقة المتناهية والاهتمام بالجزئيات**، يقول في مقالته السابقة ما يلي: "فإنَّ المفسرين لكتاب الارثماطيقي قالوا: العدد التام موجود في كلِّ عقد من العقود ولكنَّ الناظرين في هذا الكتاب كثير والمستقصين لمعانيه أقل القليل، والإنسان إذا شهر بصناعة من الصناعات وجب أن يشرف على جزئياتها ما أمكن، ولا يقتصر على كلياتها فقط. فإنَّ أوائل كلِّ صناعة هي كليات وكمالها جزئيات".

---

(23) – **عاصي،** حسن، **المنهج في تاريخ العلوم عند العرب**، دار المدائن، بيروت – لبنان، 1991م، صفحة 170.

(24) – **أنبوبا،** عادل، "رسالة أبي جعفر الخازن في المثلثات القائمة الزوايا المنطّقة الأضلاع"، **مجلة تاريخ العلوم العربية** ، المجلد الثالث، العدد الأول، 1979، الصفحات: 3 ، 19، 24.

4 – البوزجاني ومنهجه:

ولد أبو الوفاء محمد بن محمد بن يحيى بن إسماعيل بن العباس البوزجاني في بوزجان سنة 328هـ / 940م، وعاش معظم حياته في بغداد وتوفي سنة 388 هـ/ 998م.

وضع أبو الوفاء العديد من المؤلفات في الحساب والهندسة والمثلثات والجبر والفلك، وقد أضاف إلى تلك الفروع في الرياضيات والفلك إضافات متميزة، ولاسيَّما في علم المثلثات، ولم يقتصر إبداع البوزجاني على الرياضيات فقط، وإنما امتدَّ إلى فروع أخرى من العلوم منها: فن الرسم[25]، فقد أوجد طرقاً خاصة في الرسم واستعمل الآلات اللازمة لذلك، وتحدث عن طرق لإنشاء الأجسام المنتظمة كثيرة السطوح حول الكرة.ولاشكَّ أنَّ هذه الطرق – كما يقول بذلك علماء الغرب – دفعت أصول الرسم خطوات إلى الأمام.

وتميز منهج البوزجاني بما يلي:

1 ً – الاهتمام بالتطبيقات العملية للرياضيات وتعميمها:

ركَّز البوزجاني في كتابه **المنازل السبع** على **الممارسات العملية اليومية لكافَّة فئات الناس** ، فقال في مقدمة كتابه ما يلي: ".... وقد خدمته بتأليف كتاب يشتمل على جميع ما يحتاج إليه الكامل والمبتدئ والتابع والمتبوع من الحساب وصناعة الكتابة وأعمال الخراج وسائر الأنواع التي تجري في معاملات الدواوين، من النسبة والضرب والقسمة والمسايح والطسوق والمقاسمات والتصريف، وغير ذلك مما يتعامل به الناس في طبقاتهم ويحتاجون إليه في معايشهم.

---

(25) – **طوقان**، حافظ، **تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك**، ....، المرجع السابق، صفحة 118.

وتركته سبع منازل، كلٌّ منـــزلة منها سبعة أبواب، مفصلة محصلة دالـــة على أغراضها والمقاصد فيها. **وجرَّدته من العلل والبراهين، لئلا يطول ويفوت تناوله وتملَّ طرائقه**"[26].

2 ً – الترتيب والتنظيم في تقديم معلوماته والتسهيل في العودة إليها:

اهتمَّ بأسلوب العرض المنهجي لمعلوماته وتسلسلها ووضع فهارس لكتبه لسهولة العودة إلى محتوياتها فنجده يقول في مقدمة كتابه **المنازل السبع** مايلي: "وأوردت في أوّل الكتاب منازله وأبوابه منفردة، ليكون عوناً لمن رام الوقوف على منزلة من منازله (أو نوع) من أنواعه، وليستغني الملتمس لذلك، الراغب فيه، عن كثرة الطلب لما يريده، والبحث عما يبتغيه، وينحو نحو المراد بغير تعب ويطالع ملتمسه بلا نصب"[27].

3 ً – التمييز بين منهج المهندسين ومنهج الصُّناع وتأكيد الدُّربة:

ميّز أبو الوفاء بين منهج المهندسين ومنهج الصُّنَّاع، وبيّن سبب وقوع كلٍّ فئة منهما في الأخطاء وتعليلهما لها، وأشار إلى مساوئ قلة تدريب المهندسين وعدم معرفة الصناع للبراهين، وأكدَّ أهمية التدريب ومعرفة برهان المسائل المطروحة.

نجد البوزجاني في مقدمة كتاب "**ما يحتاج إليه الصانع من علم الهندسة** " يبيِّن هدفه من تأليف الكتاب فيقول: "إثبات المعاني التي كان يتذاكر بحضرته

---

(26) – **سعيدان**، أحمد سليم، **تاريخ علم الحساب العربي** الجزء الأول، حساب اليد، تحقيق لكتاب **المنازل السبع لأبي الوفاء البوزجاني** مع مقدمة ودراسة بالمقارنة بكتاب **الكافي في الحساب لأبي بكر الكرجي الحاسب** الأردن – عمان، 1971، الصفحة 64.

(27) – **سعيدان، تاريخ علم الحساب العربي**، الجزء الأول، حساب اليد، ...، المرجع السابق، الصفحة 65.

العالية (بهاء الدولة) من أعمال الهندسة التي يكثر استعمالها عند الصُّنَّاع، مجرداً من العلل والبراهين، ليسهل على الصانع تناوله وتقرب عليهم طريقته"[28].

وذكر في الباب الذي عنوانه "قسمة المربعات وتأليفها" إنَّ جميع ما يستعمله الصناع في هذا الباب بلا أصول يعمل عليها، وجلّ أولئك يقع لهم الغلط الكثير فيما يقسمونه ويرتبونه، وإذا دبَّر الأمر على واجبه يسهل الأمر فيما يراد من هذا الباب إنشاء الله"[28].

وذكر عند الكلام عن " تركيب المربعات وقسمتها إذا لم يكن عددها مؤلفاً من مربعين" "إنَّه قد غلط جماعة من المهندسين والصناع من أمر هذه المربعات وتركيبها؛ أمَّا المهندسون فلقلة دربتهم بالعمل، وأمّا الصناع فلخلوهم من علم البراهين.

ذلك أنَّ المهندس إذا لم تكن له دربة بالعمل يصعب عليه تقريب ما يصحُّ له بالبراهين الخطوطية على ما يلقى الصانع.

فإنَّ الصانع غرضه ما يقرِّب عليه العمل، ويظهر له صحَّة ما يرد له في الحسِّ والمشاهدة، ولا يبالي بالبرهان على الشيء المتوهم والخطوط، والمهندس إذا قام له البرهان على الشيء المتوسم لم يبال صحَّ ذلك بالمشاهدة أو لم يصح.

على أننا نشكّك أن جميع ما يراه الصانع إنما هو مأخوذ مما يعمل المهندس أولاً وقام له البرهان على صحته.

فإنَّ الصانع والماسح إنما يأخذ من الشيء زبدته، ولا يفكو في الوجوه التي تثبت صحة ذلك به، ولأجل ذلك قد يقع عليه الغلط والخطأ، فأمّا المهندس فقد

---

(28) – **البوزجاني**، أبو الوفاء محمد بن محمد، **ما يحتاج إليه الصانع من علم الهندسة**، حققه وقدم له الدكتور صالح أحمد العلي، جامعة بغداد، مركز إحياء التراث العلمي العربي، بغداد، 1979، الصفحة 17.

علم صحَّة ما يريد بالبرهان إذا كان هو المستخرج للمعاني التي يعمل عليها الصانع والماسح، وإنما يصعب عليه دربة ما يعمله البرهان إلى العمل إذا لم تكن له دربة بما يعمل الصانع والماسح.

فإنّ حذّاق هؤلاء المهندسين إذا سئلوا عن شيء من قسمة الأشكال أو شيء من ضرب الخطوط تحيروا فيه واحتاجوا إلى فكر طويل وربما سنح لهم هذا وقرب عليهم، وربما صعب ولم يتأت لهم عمله"[29].

إنّ تحليل البوزجاني للعلاقة بين المنهجين، النظري والتطبيقي يتطابق مع تحليل العصر الحاضر.

"يبدو أنَّه (البوزجاني) أوَّل من اختط هذا النهج في البحث، إذ لا أعلم فيمن سبقه من علماء الرياضيات، بما في ذلك الحساب والجبر والهندسة، من تطرّق إلى الأحوال الواقعية أو أورد الأمثلة المتصلة بالحياة اليومية كما أنَّ معظم من جاء بعده تابعوا نهجه فتطرَّقوا إلى بعض الأحوال المعاصرة وإن بحثها معظمهم باختصار وتعميم، وبشكل لا يطمئن إليه الباحث في وصف الأحوال الماليّة والاقتصادية السائدة في عصر مؤلفي هذه الكتب.

وفي الكتاب الذي ننشره الآن (ما يحتاج إليه الصانع من علم الهندسة) ذهب البوزجاني إلى أبعد من ذلك، فاقتصر على وصف الممارسات العملية والتطبيقات دون إيراد الأدلة والبراهين على صحتها، أي أنه جعل الكتاب للصُّنّاع وحدهم، وإن كان قد نقد بعض طرقهم وخطَّأ بعض أساليب عملهم، علماً بأنَّ معلوماتهم تتفق مع المبادئ والقواعد العلميَّة النظريّة. ولا نعلم فيما إذا كان هذا الكتاب وصفاً لما كان سائداً في أوساط الصُّنّاع، أم أنَّه محاولة عالم لإفادة الصناع من بحوث العلماء.

---

(29) – **البوزجاني، ما يحتاج إليه الصانع من علم الهندسة** ، .....، المرجع السابق، الصفحة 18.

كما أننا لا نعلم مدى تأثره مما كان معروفاً في عصره، أو مدى إبداعاته، وبالتالي مدى تأثيره على الممارسات العملية فيما تطرَّق إليه"[30].

وقد ظلَّ التجار والصناع والمحاسبون يستخدمون كتابي البوزجاني في الحساب والهندسة لحلِّ مسائلهم الحياتية عصوراً طويلة.

أخيراً: نستطيع القول: إنَّ البوزجاني جمع بين جانبي العلم النظري والتطبيقي، لقد كانت له إبداعات نظرية رائعة، اعترف بها العلماء على مرِّ العصور، كما قدَّم أساليب رياضية مبسطة تطبيقية أفاد منها عامّة الناس.

---

(30) – **البوزجاني، ما يحتاج إليه الصناع من علم الهندسة** ، ....، المرجع السابق، الصفحتان 10–11.

5 – ابن الهيثم ومنهجه:

عاش الحسن أبو علي بن الحسن بن الهيثم بين (354هـ/ 965م و 432هـ / 1041م)، واطّلع على العلوم الإغريقية والهنديَّة والفارسيَّة التي ترجمت إلى العربية في كافّة فروع الرياضيات من حساب وهندسة ومثلثات، فضلاً عن العلوم الطبيعيّة والميكانيكيّة، وعلم الفلك والفلسفة وغيرها. ودرس ما كتبه العلماء العرب والمسلمون في تلك المجالات.

ويشرح مصطفى نظيف في كتابه **الحسن بن الهيثم** منهجه في الاطِّلاع على كتب الأولين فيقول: "ولم يكتف بالاطلاع على هذه المؤلفات ومذاكرتها، **وإنما عني بوضع المذكرات في موضوعات هذه الكتب،وعني بتلخيصها والتصنيف فيها لكي يدرك دقائق معانيها** ، ولكي تستقر هذه المعاني في ذهنه، ولكي يتيسر له إذا ما خانته الذاكرة وأعوزته الحاجة أن يرجع إليها. وتوخَّى منها أيضاً أن تكون مراجع يستفيد منها طلاب العلم عامَّة"[31].

" وابن الهيثم وإن كانت بغيته الأولى من هذه المصنَّفات التي صنَّفها في المرحلة الأولى من حياته، التحصيل والإلمام بما وصل إليه المتقدمون في تلك العلوم، فإنَّه في كثير منها لم يقتصر على التلخيص وحده، بل تحرّر من التقيُّد بآراء السابقين، فأدلى بآرائه الشخصيّة التي تكونت ونضجت بعد تمحيص وطول دراسة"[31].

*** ولعلّ أهم السمات العامَّة لمنهج ابن الهيثم في الرياضيات:**

1 – استقلالية في التفكير[31]:

"تدل العديد من مقدمات مؤلفاته الرياضيَّة على استقلال في التفكير، وعلى أنَّه سلك فيها طرقاً لم يسلكها المتقدمون. فمنها مثلاً "**كتابه الجامع في أصول**

---

(31) – **نظيف**، مصطفى، **الحسن بن الهيثم**، الجزء الأول، جامعة فؤاد الأول – كلية الهندسة، 1362هـ/ 1943م، الصفحات 12 ، 13، 14.

الحساب" وهو يقول عنه بلفظه "واستخرجت أصوله لجميع أنواع الحساب من أوضاع أوقليدس في أصول الهندسة والعدد، وجعلت السلوك في استخراج المسائل الحسابيَّة بجهتي التحليل الهندسي والتقدير العددي. وعدلت فيه عن أوضاع الجبريين وألفاظهم"[31].

ومنها كتـــابه " **في الأصـــول الهندسية والعددية** " ويقول عنه بلفظه "كتاب جمعت فيه الأصول الهندسيّة والعددية من كتاب أوقليدس وأبولونيوس ونوَّعت فيه الأصول وقسمتها وبرهنت عليها ببراهين نظمتها من الأمور التعليميّة والحسيّة والمنطقيّة حتى انتظم ذلك، مع انتقاض توالي أوقليدس وأبولونيوس".

فهو كما يستفاد من قوله هذا قد رتَّب فيه النظريات وبرهن عليها ببراهين متتابعة، في حين أنَّه لا يوجد بين الأصلين اللذين أخذ عنهما تتابع أو اتصال. ومنها كتابه "**في حلِّ شكّ على أوقليدس في المقالة الخامسة من كتابه** "، ورسالته "**في برهان الشكل الذي قدمه أرشميدس في قسمة الزاوية ثلاثة أقسام**" ويقول بلفظه "ولم يبرهن أرشميدس عليه" ومنها أجوبته عن سبع مسائل تعليمية سئل عنها في بغداد، وغير ذلك كثير"[32].

2 – الاهتمام بموضوعات محليّة[32]:

"خصص ابن الهيثم بعض مؤلفاته لمعالجة موضوعات محلية، تتفق وظروف الحياة ولوازم المجتمع في الأقطار الإسلاميّة. كمقالته " **في استخراج سمت القبلة**" ومقالته "**فيما تدعو إليه حاجة الأمور الشرعية من الأمور الهندسيَّة**" ومقالته "في **تفضيل الأهواز على بغداد**"[32].

---

(32) – **نظيف**، مصطفى، **الحسن بن الهيثم**، الجزء الأول، ....، المرجع السابق، الصفحات: 14 ، 15، 23.

3 – الاهتمام بموضوعات عملية[32]:

"طبَّق أبو علي العلم على موضوعات عملية، مثل مقالته "**في استخراج مابين بلدين في البعد بجهة الأمور الهندسيّة**" ومقالته " **في إجراءات الحفور والأبنية بجميع الأشكال الهندسية**" ويقول عنها بلفظه "حتى بلغت في ذلك إلى أشكال قطوع المخروط الثلاثة: المكافئ والزائد والناقص".[32]

4 – أخلاقه العلميّة[32]:

"تميز ابن الهيثم بأخلاق فاضلة فكان ورعاً متعبِّداً، منظماً لأوامر الشريعة، محباً للخير قانعاً باليسير الذي لا يسدُّ إلا مطالب الحياة الضروريّة، متواضعاً مقرَّاً بالفضل لذويه، مقدِّراً السابقين من العلماء حقَّ التقدير، يذكرهم بالفضل والإحسان، وينصفهم حقوقهم كاملة".

5 – البحث عن الحقيقة[33]:

"جمع ابن الهيثم بين الاستقراء والقياس، وقدَّم فيه الاستقراء على القياس، وحدَّد فيه الشرط الأساسي في البحوث العلمية الصحيحة، **وهو أن يكون الغرض طلب الحقيقة**، دون أن يكون لرأي سابق أو نزعة من عاطفة، أيّا كانت، دخل في الأمر، ثم إقرار تلك الحقيقة على ما هي عليه، حتى إذا وجدت على غير ما كنا نتوقع، أو جاءت على غير ما كنا نبغي ونأمل. فيقول ابن الهيثم: "فلعلنا ننتهي بهذا الطريق إلى الحقِّ الذي به يثلج الصدر ونصل بالتدريج والتلطف إلى الغاية التي عندها يقع اليقين، ونظفر مع النقد والتحفظ بالحقيقة التي يزول معها الخلاف وتنحسم بها مواد الشبهات" ألا يدل هذا القول على أنَّ الحقيقة التي يبغيها هي التي تتفق والمعلومات المعروفة وهي التي تصلح لربط تلك المعلومات ربطاً محكماً، لا تناقض فيه ولا تباين، تزول به وجوه الخلاف والاعتراض؟ أليست تلك الحقيقة هي النظرية العلميّة بمعناها الحديث؟".[33]

---

(33) – **نظيف**، مصطفى **الحسن بن الهيثم** الجزء الأول،...،المرجع السابق،الصفحة 31، 35.

6 – ربط الرياضيات بالمنطق والفلسفة[34]:

"إنَّ معالجة ابن الهيثم للأصول في كتابه: "**كتاب في حلِّ شكوك كتاب أقليدس في الأصول وشرحه معانيه**" تمتاز بالدرجة الأولى بأنها تقيم – عن قصد – جسراً يربطها بالمنطق والفلسفة عموماً، وتتجاوز الحقل التقني الخاصَّ بالرياضيات. وهي تقدم لنا بذلك معلومات قيمة عن موقع الرياضيات في إطار العلوم عموماً كما كان يرى في ذلك الوقت"[34].

"إنَّ الشكوك وكذلك الاعتبارات التي تقوم الشكوك عليها متنوعة، فلا يقتصر ابن الهيثم على شرح النقاط المشكلة في براهين أقليدس فحسب، بل يعمل – بما كان علاوة على ذلك معتاداً في المؤلفات الرياضيّة في الشرق العربي– على إيجاد وجوه مختلفة للبراهين المعطيّة.

ومن الأصول الخاصّة التي تلعب دورها في ذلك، مثلاً استخدام البراهين المباشرة بدلاً من غير المباشرة كبراهين الخلف أو محاولة عرض التراكيب المعطية في مجال محدود دون اللجوء إلى مجال غير محدود.

أمّا في الأشكال العلميّة للأصول فيجري ابن الهيثم تفريقاً هاماً في مجال التعليل الرياضي الممكن (العلل التعليميّة)، فإلى جانب العلل السابقة التي يرتكز البرهان إليها والتي يسميها "العلل القريبة" يضع ابن الهيثم جوهر البرهان الذي هو المرتكز الأساسي والذي يسميه بعيداً، ولكن أولياً (العلل البعيدة الأولى)، ويقول ابن الهيثم عن هذه الطريقة التي تجعل هيكل البراهين واضحاً شفافاً أنَّه أوّل من طبَّقها"[35].

---

(34) – **ابن الهيثم، كتاب في حل شكوك كتاب أقليدس في الأصول وشرح معانيه** ، تقديم فؤاد سزكين وماتياس شرام، منشورات معهد تاريخ العلوم العربية والإسلامية، سلسلة ج عيون التراث المجلد 11، الصفحة 2 من المقدمة.

(35) – **ابن الهيثم، كتاب في حل شكوك كتاب أقليدس في الأصول وشرح معانيه** ، ....، المرجع السابق، الصفحة 2 من المقدمة.

*** – طريقة التحليل والتركيب وابن الهيثم:**

وضع الحسن بن الهيثم مقالة في التحليل والتركيب، وقد آثرنا تلخيص بعض الأفكار الأساسية في تلك المقالة لما لها من أهمية خاصة في معالجة الموضوع بشكل عام وشامل.

يتألف كتاب ابن الهيثم "**مقالة في التحليل والتركيب**"[36] من خمسة أقسام أساسية، يفتتح ابن الهيثم كتابه بمقدمة موجزة يعرض فيها اعتبارات عامة حول طبيعة التفكير الرياضيِّ، ثم يقدم وصفاً عاماً لطريقة التحليل والتركيب. ويعالج ابن الهيثم في الجزء الثاني من كتابه مسألة تنوع التحليل وتصنيفه إلى أجناس مختلفة وهي مسألة تناولها پاپيوس (Pappus) في أسطر قليلة.

يتناول ابن الهيثم من جديد في القسم الثالث من كتابه دراسة التحليل التي رسم خطوطها العريضة في البداية.

ويتطرق في الجزء الرابع من كتابه إلى مسألة هامة وهي مسألة "آلات التحليل" أو ما يسميه أيضاً "مواد القياس" وهي تهم كميات أو مقادير "معلومة" درسها أقليدس في "المعطيات"

وفي القسم الخامس يعطي ابن الهيثم أمثلة لطريقة التحليل والتركيب كما ينبغي إجراؤها في المسائل والقوانين.

ولكتاب ابن الهيثم امتيازان على مقدمة پاپيوس (Pappus) فهو أكثر تطويراً ويتضمن شرحاً للمنهج التحليليِّ، وتصنيفاً مستقصياً له.

ونجد فيه دراسة مفصلة ومشخصة بأمثلة لكل أجناس التحليل، ولهذا الكتاب مزية أخرى هي إثباته أنَّ التحليل لا يقتصر على المجال الذي طبِّق فيه

---

(36) – **جاويش**، خليل، "التحليل والتركيب في الرياضيات الإسلامية: كتاب ابن الهيثم"، **تاريخ العلوم عند العرب**، تأليف مجموعة من الأساتذة الجامعيين، المؤسسة الوطنية للترجمة والتحقيق والدراسات "بيت الحكمة"، تونس، 1990م، ص ص 9–19.

أولاً وهو الهندسة، بل هو منهج بحث عام صالح في ميادين الحساب والفلك والموسيقى.

ولم يشر ابن الهيثم إلى تطبيق التحليل والتركيب في مجال الجبر، إلا أنَّ كتابه يعتبر من الكتب الهامة في الحضارة العربية للأفكار الأصيلة التي طرحها ابن الهيثم في الكتاب، ولندرة المؤلفات التي وصلتنا في هذا الموضوع.

ظلت أبحاث ابن الهيثم ودراساته في كافَّة المجالات الرياضيَّة والفلكية والطبيعيَّة والميكانيكية والفلسفيّة مشعلاً مضيئاً على طريق العلم والحضارة حتى عصر متأخر، وخاصة في مجال علم الضوء، فقد بقي كتابه "المناظر" بترجمته اللاتينية مرجعاً أساسياً معتمداً لأشهر علماء أوروبا حتى القرن السابع عشر.

أخيراً، لابدَّ من الإشارة إلى أن مؤلفات ابن الهيثم اتسمت بالمنهجية العلميّة الصحيحة والتي أوصلته إلى نتائج سليمة تطابق الحقائق.

6 – البيروني ومنهجه:

ولد محمد بن أحمد، أبو الريحان البيروني الخوارزمي في اليوم الثاني من ذي الحجّة، عام 362هجرية، والموافق لـــ 4 أيلول سنة 973ميلادية في قرية من ضواحي مدينة "كات" عاصمة دولة خوارزم [37]. ولم يعرف بالضبط تاريخ وفاته، والراجح أنَّه توفي سنة 440 هـــ / 1048م[38].

وصفه المستشرق الألماني الدكتور ادوارد سخاو "بأنه أكبر عقلية عرفها التاريخ" لبحوثه ودراساته الأصيلة الغزيرة في الفلك والرياضيات والتاريخ والجيولوجيا، بالإضافة لايجادته عدَّة لغات، فكان يعرف اللغة الخوارزميّة والسريانيّة واليونانيّة والسنسكريتيّة والفارسيّة عدا اللغة العربيّة.

كان البيروني مؤرخاً منصفاً محققاً[37] مدققاً واسع الاطلاع، شامل المعرفة، قادراً على الاستقراء والاستنتاج، أوتي قدرة فائقة على البحث والدَّرس.

ويعتبر أبو الريحان من الفلكيين المبدعين، فقد كانت مؤلفاته الفلكية مرجعاً أساسيّاً للعلماء العرب والمسلمين الذين أتوا من بعده كنصير الدين الطوسي.

و كذلك لا يمكننا إغفال مساهماته وآرائه المتميزة والقيّمة في الجيولوجيا وعلوم الطبيعة وغيرها من العلوم.

لن نتطرق لإنجازات أبي الريحان في مجال الرياضيات وإضافاته المتعددة، وإنما سينصب اهتمامنا على منهجه في الرياضيات.

---

(37) – **البيروني**، أبو الريحان محمد بن أحمد، **استخراج الأوتار في الدائرة بخواص الخط المنحني فيها**، تحقيق الأستاذ أحمد سعيد الدمرداش، مراجعة الأستاذ عبد الحميد لطفي، المؤسسة المصرية العامة للتأليف والأنباء والنشر، بدون تاريخ، صفحات: 20، 23 ، 26.

(38) – **طوقان**، حافظ، **تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك**، ....، المرجع السابق، الصفحة 159.

"لقد سلك البيروني بالفعل في التوصّل إلى آرائه وإقرارها طريق **الدَّرس والبحث والاستقصاء**، فاعتمد، على قدر ما كان يتاح الاعتماد في عصره، على تعرّف العلوم الرياضية من العلماء الذين سبقوه، أو من الذين عاصروه، **فسلك بذلك مسلك المنحى الحسي وليس المنحى الإشراقي** الذي كان سائداً عند أهل التَّصوُّف في عصره، والذين كانوا يسلكون إلى المعرفة طريق الرياضة والمجاهدة والمكاشفة، ويذهبون إلى أنَّ المعرفة تستفاد وتكتسب [37] لا بفعل من العقل، بل برياضة النفس بالزهد عن متاع الحياة، والانصراف عن شواغل الحسِّ، والانقطاع إلى التأمل الباطني، حتى يصل طالب المعرفة إلى حال يذهل فيه عن الوجود الخارجي ويغيب فيه عن نفسه، فتشرق المعرفة عليه بفيض إلهي، هكذا كان عمر الخيام وأحزابه الذين كانوا يؤمنون بفيض المعرفة فتخرج من القوَّة إلى الفعل"[39].

واعتمـــد أبو الريحان في بحـــوثه ودراســـاته على مؤلفـــات العديد من العلماء الذين سبقوه من أمثال: أبو سهل ويجن بن رستم القوهي، وأحمد بن محمد بن الحسين الصفائي المتوفى سنة 380هـــ، ونصر بن عبد الله المتوفى سنة 400 هـــ، وأحمد بن محمد بن عبد الجليل السجزي المتوفى سنة 415هـــ، وأبو الوفاء محمد بن محمد البوزجاني، وأبو بكر محمد بن الحسن الحاسب الكرجي (القرن العاشر – الحادي عشر الميلادي) أبو جعفر الخازن المتوفى بين 961–971م وغيرهم من العلماء.

وتظهر **أمانة** البيروني واضحة في كتاب "**استخراج الأوتار في الدائرة بخواصِّ الخطِّ المنحني فيها**" في تسلسل النظريات الهندسيّة ونسبها إلى أصحابها، أمَّا مباحثه الخاصّة فإنَّه يذكرها هكذا " من وحيٍّ لي" أو من "برهان الخاطر لي".

---

(39) – **البيروني، استخراج الأوتار في الدائرة بخواص الخط المنحني فيها** ، ....، المرجع السابق، الصفحات: 26 ، 32، 250.

ويركِّز أبو الريحان على **اختصار الوقت** في البراهين فيقول في مقدمة كتابه: "**استخراج الأوتار** ...."[39] مايلي: "وكذلك أن تفعل إذا لم أقتنع في المطلوب بالطريق الموصل إليه، دون تضييع الزمان في طلب طرق أخرى إليه، ثم لم يسفر في آخر الأمر عن نتائج هي عمدة علم الهيئة".

كما **أنَّه يدعو لتعدد طرق البرهان كوسيلة لتدريب المتعلم** فيقول البيروني في الكتاب السابق ما يلي[39]: " فأما كثرة الطُّرق فسبب جمعي إيّاها تدريب المتعلم بتنوعها ثم إتحادها".

ويؤكد على اختصار البرهان، فيقول في كتابه السابق مايلي:[39] "فقد قدَّمت قولاً كافياً في أني اعتمدها هنا طريق المهندسين من أهل عصرنا، فإن كان في شيء من العمل تقصير فقد تعمّدته وقصدت إلى أن **يبحث عنه المتعلمون** لتهذيب قرائحهم وإصلاحها.

ولفهم منهجه العام في الهندسة نستشهد بما ذكره في مقدمة كتابه "**استخراج الأوتار ...**" يقول: "وأنت لو تحققت ماهية الهندسة، وأنها معرفة نسبة الأجناس الواقعة تحت الكمية، بعضها إلى بعض وأنها هي التي تتوصل بها لمعرفة مقدار كلِّ ما نحتاج إليه، من مزروع ومكيل وموزون، مابين مركز العالم وبين أقصى محسوس عنه، وعرفت أنَّ بها تعقل الصور مجردة عن الموادِّ، ويتصوَّر حقيقة البرهان تصور انطباع، حتى لا يذهب على القيِّم بها ما يذهب على كثير من المحصِّلين في المنطق مهما لزم مسلك صناعته، **ثم نرتقي بوساطة التدرُّب بها من المعالم الطبيعية إلى المعالم الإلهية،** التي تمتنع لغموض معانيها وصعوبة مآخذها، ودقة طرايقها، وجلالة أمرها، وبعد تصوُّرها عن أن ينقاد لكلِّ أحد، أو يدركها من عدل عن سنن البرهان لما عدلتني عن ذلك".

من الواضح **أنه يسلك في بحثه مسلك الانتقال من المحسوس إلى المجرَّد ومن الخاصِّ إلى العامِّ.**

وفي بداية المقالة الرابعة من كتابه**استخراج الأوتار في الدائرة بخواصّ الخطّ المنحني فيها**[40] يشرح فيها طريقة التحليل والتركيب في حلِّ المسائل فيقول:

"تركت المتعلم الذي قد قرأ كتابي في التحليل والتركيب، وسائر الأعمال الهندسيّة، وكتابي الذي في الدوائر المماسة ينظر في واحدة منها، إذا فهم طريق تحليلها ليقسها ويحلل قسماً قسماً منها، وينظر هل يطابقه هذا التحليل الذي نقله أم لا، ثم ينظر فيما يستحيل ويجوز، والسيال وغير السيال، والمحدود وغير المحدود، ويركب هو وينظر في عدد المرار التي لايمكن أن تقطع زيادة عليها، وبيَّن أنَّ تلك المرار كذلك، وهذه الأمور كلُّها من المنافع التي لنا تحنُّ إليها النظر في هذا الكتاب.

ومنها أنَّ فيه مسائل مستصعبة حسنة لا يستغني ذوو الفهم بالهندسة عن استعمالها فيما يستخرجونه، ويعملونه من الأعمال الهندسية".

ثم يقدم عدة مسائل مع براهينها، له ولبعض العلماء الآخرين، متَّبعين فيها طريقي التحليل والتركيب.

ولتبيان الأثر العميق والجوهري لأبي الريحان البيروني في الرياضيات نذكر ما قاله الأستاذ أحمد سعيد الدمرداش – محقق كتاب: **استخراج الأوتار في الدائرة** للبيروني – في مقدمته[41]: "**فلقد كان له الفضل الأكبر في تغيير المفهوم الإغريقي الاستاتيكي للكون إلى المفهوم الإسلامي الديناميكي للكون** ، وعبَّر عن الاعتقاد بكون "صيروري" هي بلغة رياضية من طريق إعطائه الأعداد التي أدخلها لأوَّل مرة بعد عودته من الهند (وكانت وسيلته إلى ذلك هي علم المثلثات) عناصر وظيفيّة بالإضافة إلى منفعتها الأساسية كمجرَّد كميات، وهذه العناصر الوظيفية تستلزم من غير ريب حركة ديناميكية، وتستلزم بهذا الوصف زماناً.

---

(40) – **البيروني، استخراج الأوتار في الدائرة بخواص الخط المنحني فيها** ، .....، المرجع السابق، الصفحتان: 32–246.

(41) – **البيروني، استخراج الأوتار في الدائرة بخواص الخط المنحني فيها** ، .....، المرجع السابق، الصفحتان: 16–23.

لقد ابتدأ العلماء الإغريق بالنقطة باعتبارها المكونة للأشكال الهندسية الثابتة، ومن ثم اعتبروا الكون كلَّه رسماً هندسياً، رتيباً صممه المهندس الأكبر وهو الله، أمّا العلماء العرب وأخصُّهم البيروني **فإنهم اهتموا بتلك الحركة المستمرة التي تنشئ** الشكل الهندسي ذاته.

إنَّ عنصراً صغيراً جداً من الخطّ المنحني يكاد يكون خطاً مستقيماً، وكلما جعلناه صغيراً كان أكثر شبهاً بالخطِّ، وفي النهاية سيقول المرء، لو شاء، إنه جزء من خطٍّ مستقيم أو من نقطه منحني، وفي الواقع، يختلط الخطُّ المنحني مع مماسِّه في كل نقطة من نقطه، وهكذا فالديناميكية التي أثارها البيروني مماسةٌ في أيّة نقطة للقوى الطبيعية، ولكنَّ هذه النقط ليست، في جملة الأمر، سوى المناظر التي يلتقطها ذهن من يتخيل مراحل توقف في بعض اللحظات للحركة التي تكوِّن المنحني".

"وهو في الرياضيات عالم ضخم اقتبس منه نيوتن وجريجوري كثيراً من قوانينه الرياضيّة في الاستكمال"[41].

"وللبيروني مؤلفات يربي عددها على المائة والعشرين ونقل القليل منها إلى اللاتينية والانكليزية والفرنسية والألمانية، أخذ عنها الغربيون واعتمدوا عليها"[42].

---

(42) – **طوقان**، حافظ، **تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك**، ....، المرجع السابق، الصفحة 162.

7 – عمر الخيام ومنهجه:

هو أبو الفتح، عمر بن إبراهيم الخيام النيسابوري، الرياضيُّ الشاعر، رغم شهرته الكبيرة، يختلف المؤرخون حول تاريخ ميلاده ووفاته، وبعد دراسة طويلة قام بها الأستاذ الدكتور رشدي راشد، يرجح أنَّ مولد الخيام هو حوالي سنة 440هـ (1048م) وأنَّ وفاته حوالي سنة 526هـ (1131م) فيكون قد عاش حوالي ثلاث وثمانين سنة ميلادية[43].

أبدع عمر الخيام في الرياضيات والفلك والشعر والفلسفة، فقد درس المعادلات الجبرية من الدرجة الأولى والثانية والثالثة والرابعة بمنهج مدهش لمن تبعه، كان فائقاً في الدقة والعمق والأصالة والتمحيص.

فقد استخدم أبو الفتح طريقتي التحليل والتركيب في حلِّ مسائله الجبريّة بطرق هندسية، ونهج في حلِّ مسائله الإيجاز والاعتماد على جهد المتعلم فيقول في إحدى رسائله الجبريّة ما يلي: "فإني أظن أني لم آل جهداً في الاستيفاء مع الإيجاز وتجنب التطويل المبرِّم، ولو شئت لأثبتُّ بمثال لكلِّ واحد من هذه الأصناف وأنواعها، ولكن خشيت التطويل فاقتصرت على هذه القوانين الكلية تعويلاً عن ذهن المتعلم، لأن من يكون ذهنه بحيث يتصور هذه الرسالة لا يقصر عما يرومه من الأمثلة الجزئية واستقرائها"[44].

ويقول أيضاً ما يلي: "وإنما أوردت هذه الطريقة مع صعوبتها لتكون شبه تمهيد للمتعلم وتوطئة له"[43].

---

(43) – **راشد** رشدي **وجبار** أحمد، **رسائل الخيام الجبرية**، معهد التراث العلمي العربي بجامعة حلب، 1981، الصفحة 11 من المقدمة، 73، 82.

(44) – **الخيامي**، أبو الفتح عمر بن إبراهيم، **رسالة في شرح ما أشكل من مصادرات كتاب أقليدس**، تحقيق الدكتور عبد الحميد صبره، منشأة المعارف بالإسكندرية، 1961، صفحة 79.

استعمل الخيام في مقالاتها معان دقيقة جداً، ونجد تلخيصاً لفلسفته لعلم الهندسة في خاتمة رسالته: "رسالة في شرح ما أشكل من مصادرات كتاب أقليدس" فيقول ما يلي: "واعلم أنَّا قد أودعنا هذه الرسالة، وخصوصاً في المقالتين الأخيرتين، معان دقيقة جداً. واستوفينا الكلام فيها بحسب هذا الغرض. فمن تأمَّلها وتحقَّقها، **ثم اشتغل بتفهم ما ينبني على هذه المقدمات، كان عالماً بالهندسة علماً حقيقياً بحسب الصناعة. فإذا تحقق مباديها من الحكمة الأولى، كان عالماً بها بحسب العقل**".

- الخاتمة:

نختم بحثنا بتلخيص لأهمِّ سمات المنهج العلمي في الرياضيات عند العلماء العرب والمسلمين وبعرض سريع لطرق براهينهم للمسائل والنظريات وصفاتها؛ وبتلميح لأهم ميزات وصفات رياضيينا العرب والمسلمين الأفاضل.

ا – أهمُّ سمات المنهج العلمي في الرياضيات عند العلماء العرب والمسلمين:

1 – ربط الرياضيات بالمنطق والفلسفة لتبيان موقع الرياضيات في إطار العلوم عموماً.

2 – الاهتمام بالشرط الأساسي في البحوث العلمية الصحيحة وهو أن يكون الغرض طلب الحقيقة، دون أن يكون لرأي سابق أو نزعة من عاطفة أيا كانت دخل في الأمر، ثم إقرار تلك الحقيقة على ما هي عليه وإن وجدت على غير ما كنا نتوقع، أو جاءت على غير ما كنا نبغي ونأمل.

3 – اعتماد المفهوم الإسلامي الديناميكي للكون في الرياضيات.

4 – اعتماد مبدأ الشكِّ كوسيلة للتحقق من صحة النظريات بتطبيقها.

5 – الاهتمام بجزئيات العلم كالاهتمام بكلياته.

6 – إتباع مسلك الانتقال من المحسوس إلى المجرَّد ومن الخاصِّ إلى العامِّ.

7 – تنوع المنهج: سلوك المنحى الحسي إلى جانب إتباع المنحى الإشراقي.

8 – الاهتمام بموضوعات عملية ومحلية، تلبية لحاجات الدين الإسلامي والحياة المدنيّة إلى جانب البحث النظري المجرّد.

9 – اختيار المفاهيم والمصطلحات الرياضية الدقيقة وتطويرها ونحتها.

10- تقديم أساليب رياضية مبسطة تطبيقية لتفيد الناس في حياتهم اليوميّة.

11- تنوع مستويات المعلومات المقدَّمة للمتلقين حسب سويَّتهم العلميّة والغرض منها، والتأكيد على الترتيب والتنظيم في تقديم المعلومات والمسائل و النظريات.

12- التمييز بين منهج المهندسين ومنهج الصُنَّاع، والتأكيد على الدُّربة.

13- قسم الرياضيون الأعمال الرياضية إلى ثلاثة أصناف:

- مؤلفات أصيلة.
- شـــــروحـــات.
- تنقيحـــــــــات.

14 – تمكُّن العلماء العرب والمسلمين من وضع الأسس اللازمة للعلوم الجديدة – كالجبر – بشكل مستقل ومتكامل وبأسلوب منطقي، محكم ودقيق.

ب – طرق براهين الرياضيين العرب والمسلمين، وصفاتها:

1 – استخدم العلماء العرب والمسلمون البراهين المباشرة والبراهين غير المباشرة.

2 – تقديم أكثر من برهان واحد للمسألة الواحدة – أحياناً – كوسيلة لتدريب المتعلم.

3 – اختصار البراهين – أحياناً – كسباً للجهد وللوقت.

4 – وضع المؤلفات الكاملة في موضوع المنهج – التحليل والتركيب – يعتبر شاهداً على مساهمة العرب في وضع الأسس النظريّة للعلوم. وتطبيق طريقتي: التحليل والتركيب في البرهنة على النظريات والمسائل، وامتداد تطبيقهما على العلم الجديد – الجبر – قبل غيرهم.

5 – عدم تقديم براهين للمسائل العملية المقدمة للصُّناع والعامَّة من الناس تسهيلاً لاستخدامها.

ج – ميزات وصفات الرياضيين العرب والمسلمين:

1 – استقلالية التفكير بمعزل عن تفكير العلماء السابقين، وسلوك طرق لم يسلكها المتقدمون، والاهتمام بتقديم أبحاث جديدة ومستقلة.

2 – كان العالم العربي والمسلم محققاً، مدققاً، أميناً، واسع الاطلاع، شامل المعرفة، قادراً على الاستقراء والاستنتاج والبحث والدَّرس والاستيعاب والتمثل، متمكناً من أساليبه المنطقية، متقناً للعديد من لغات الحضارات القديمة والسائدة في عصره.

المصادر والمراجع العربية

1 – **ابن سنان**، إبراهيم، **رسائل ابن سنان**، "مقالة في طريق التحليل والتركيب"، تحقيق أحمد سليم سعيدان، المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب، الكويت، 1983.

2 – **ابن قرة**، ثابت، **كتاب الأعداد المتحابة**، تحقيق الدكتور أحمد سعيدان، نشر بدعم من الجامعة الأردنية، 1977.

3 – **ابن الهيثم**، **كتاب في حل شكوك كتاب أقليدس في الأصول وشرح معانيه**، تقديم فؤاد سزكين وماتياس شرام، منشورات معهد تاريخ العلوم العربية والإسلامية، سلسلة ج عيون التراث، المجلد 11.

4 – **أنبوبا**، عادل، "رسالة أبي جعفر الخازن في المثلثات القائمة الزوايا المنطقة الأضلاع"، **مجلة تاريخ العلوم العربية**، المجلد الثالث، العدد الأول، 1979.

5 – **بدوي**، عبد الرحمن، **مناهج البحث العلمي**، الطبعة الثالثة، وكالة المطبوعات بالكويت، 1977.

6 – **البوزجاني**، أبو الوفاء محمد بن محمد، **ما يحتاج إليه الصانع من علم الهندسة**، حققه وقدم له الدكتور صالح أحمد العلي، جامعة بغداد – مركز إحياء التراث العلمي العربي، بغداد، 1979.

7 – **البيروني**، أبو الريحان محمد بن أحمد، **استخراج الأوتار في الدائرة بخواص الخط المنحني فيها**، تحقيق أحمد سعيد الدمرداش، مراجعة عبد الحميد لطفي، المؤسسة المصرية العامة للتأليف والأنباء والنشر، بدون تاريخ.

8 – **جاويش**، خليل، "التحليل والتركيب في الرياضيات الإسلامية: كتاب ابن الهيثم"، **تاريخ العلوم عند العرب**، تأليف مجموعة من الأساتذة الجامعيين، المؤسسة الوطنية للترجمة والتحقيق والدراسات "بيت الحكمة"، تونس، 1990.

9 – **الخوارزمي**، محمد بن موسى، **كتاب الجبر والمقابلة**، قام بتقديمه والتعليق عليه: علي مصطفى مشرفة ومحمد مرسي أحمد، كلية العلوم بالجامعة المصرية، القاهرة، 1939.

10– **الخيامي**، أبو الفتح عمر بن إبراهيم، **رسالة في شرح ما أشكل من مصادرات كتاب أقليدس**، تحقيق عبد الحميد صبره، منشأة المعارف بالإسكندرية، 1961.

11– **الدفاع**، علي عبد الله، **نوابغ علماء العرب والمسلمين في الرياضيات**، دار جون وايلي وأبناؤه، 1978.

12– **راشد** رشدي و**جبار** أحمد، **رسائل الخيام الجبرية**، معهد التراث العلمي العربي بجامعة حلب، 1981.

13– **السجزي**، أحمد بن محمد بن عبد الجليل، "كتاب في تسهيل السبل لاستخراج الأشكال الهندسية"، **رسائل ابن سنان**، تحقيق احمد سليم سعيدان، المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب، الكويت، 1983.

14– **سعيدان**، أحمد سليم، **تاريخ علم الحساب العربي**، الجزء الأول، حساب اليد، تحقيق لكتاب **المنازل السبع** لأبي الوفاء البوزجاني، مع مقدمة ودراسة بالمقارنة بكتاب **الكافي في الحساب** لأبي بكر الكرجي الحاسب، الأردن – عمان، 1971.

15- **السموءل المغربي، الباهر في الجبر** ، تحقيق وتحليل: صلاح أحمد ورشدي راشد، وزارة التعليم العالي، دمشق، 1392هـ/ 1972م.

16- **طوقان، حافظ، تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك** ، هدية المقتطف السنوية لسنة 1941.

17- **عاصي، حسن، المنهج في تاريخ العلوم عند العرب** ، دار المدائن، بيروت – لبنان، 1991.

18- **العاملي، بهاء الدين، الأعمال الرياضية لبهاء الدين العاملي**، تحقيق وشرح وتحليل جلال شوقي، المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، دار الشروق، 1981.

19- **الفارسي، كمال الدين، أساس القواعد في أصول الفوائد** ، تحقيق مصطفى موالدي، معهد المخطوطات العربية، القاهرة، 1994.

20- **قاسم، محمود، المنطق الحديث ومناهج البحث**، طبع القاهرة، 1966.

21- **الكاشي، جمشيد، مفتاح الحساب**، تحقيق وتقديم دراساته نادر النابلسي، وزارة التعليم العالي، دمشق، 1977.

22- **النشار، علي سامي، مناهج البحث عند مفكري الإسلام** ، دار المعارف بمصر، 1965.

23- **نظيف، مصطفى، الحسن بن الهيثم**، الجزء الأول، جامعة فؤاد الأول – كلية الهندسة، 1362هـ/ 1943م.

المراجع الأجنبية

24 – DUHAMEL,J.M.C, *Des méthodes dans les sciences de raisonnement*, Première Partie, Troisième édition, Gauthier – Villars, Paris, 1885.

25 – EUCLIDE, *Les Oeuvres D'EUCLIDE*, Traduites par F.Peyrard, Librairie Blanchard, Paris, 1966.

26 – MAWALDI, Moustafa, *L'Algèbre de Kamāl Al Dīn Al-Fārisī*, Édition Critique, Analyse mathématique et Étude historique en 3 Tomes, Thèse (université de la Sorbonne Nouvelle), 1989.

27 – PAPPUS, *La collection Mathématique*, Traduction française Paul ver Eecke, 2 Volumes, Paris – Bruxelles, 1933.